

Waarom Daan en Sanne nog steeds niet kunnen rekenen

PANAMA-conferentie

31 mei 2024

Peter Langerak

External PhD-candidate, Vrije Universiteit Amsterdam

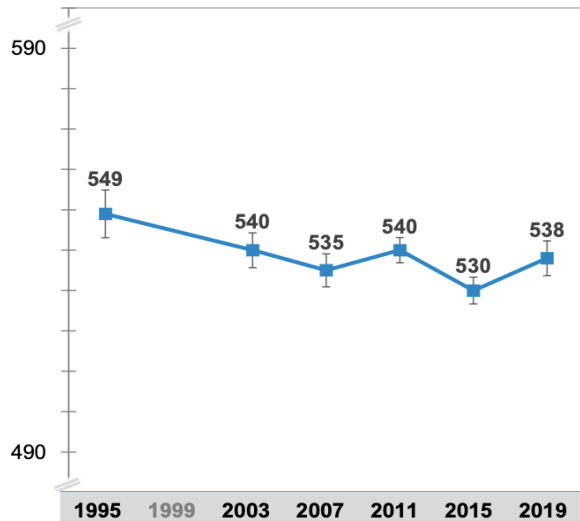
Hoofd R&D, Nederlands Mathematisch Instituut

**“Elke positieve actie
begint met critiek”**

Resultaten op reken-wiskundetoetsen van Nederlandse leerlingen

GROEP 6 LEERLINGEN

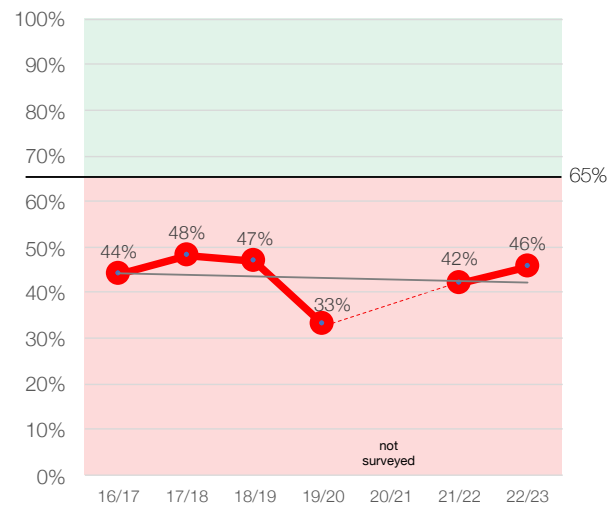
Hoge score in 1995 is niet meer behaald



TIMSS: Meelissen, 2020

GROEP 8 LEERLINGEN

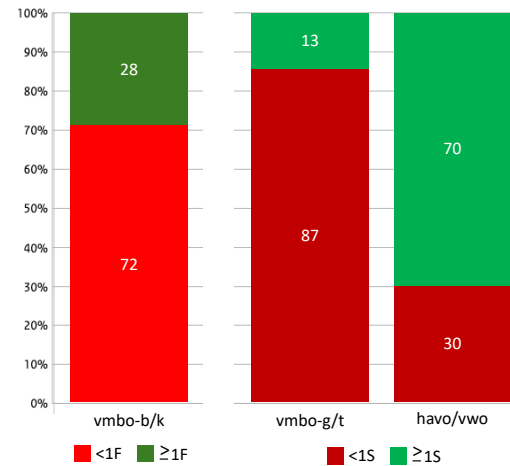
Nationale ambitie is nooit behaald



Percentage in 1S-streefniveau behaald; Onderwijsinspectie, PEIL-onderzoeken

2e KLAS LEERLINGEN

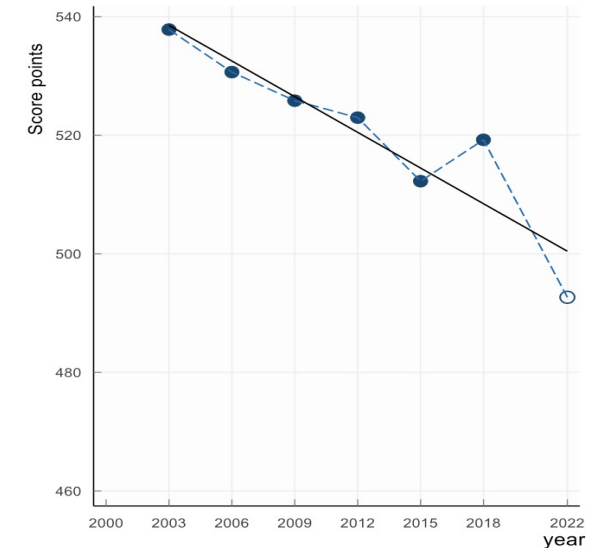
Vereiste niveau wordt onvoldoende beheerst



Onderwijsinspectie, PEIL-onderzoek, 2024

3e KLAS LEERLINGEN

Dalende trend is aanhoudend negatief



PISA: OECD, 2023

primair onderwijs

voortgezet onderwijs

Jan van de Craats

**Waarom Daan en Sanne
niet kunnen rekenen**

Zwartboek rekenonderwijs

Homepage van de auteur:
<https://staff.fnwi.uva.nl/j.vandecraats/>

Van de Craats, J. (2008). *Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen: Zwartboek rekenonderwijs*

**“ Ik dacht het is een andere didactiek
voor dezelfde stof,
maar die stof is niet hetzelfde.**

**Met die andere didactiek is
de inhoud weggedefinieerd”**

Prof. dr. Joost Hulshof
Hoogleraar wiskunde, VU

Tijpcast. (maart 2024). *Hoe krijgen we jongeren (weer) geïnteresseerd in wiskunde?*.
Tijp de Jong in gesprek met Joost Hulshof.

Harde kern realistisch reken-wiskundeonderwijs

Zes uitgangspunten

1. Mathematiseren vanuit betekenisvolle realiteit
2. Modelleren en formaliseren
3. Ruimte voor eigen inbreng van leerlingen
4. Interactie, reflectie en niveauverhoging
5. Verstengeling van leerlijnen
6. Begeleid heruitvinden

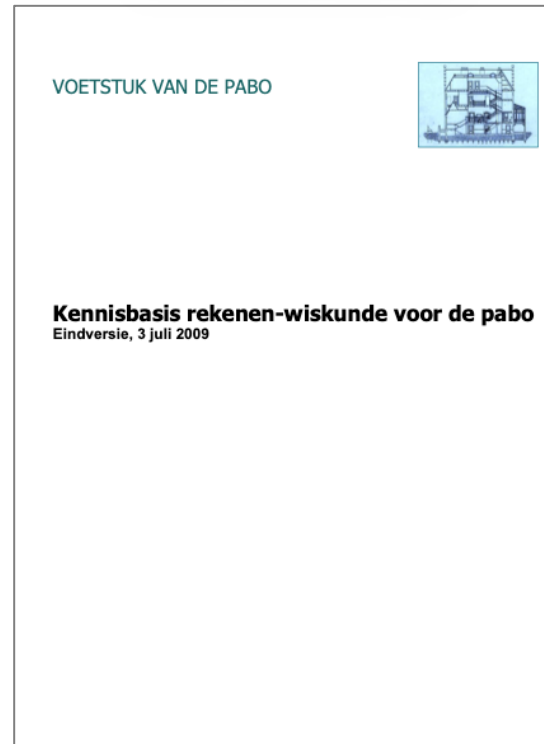
Het beoogde curriculum op de pabo

“Berust op de principes volgens het realistisch reken-wiskundeonderwijs”



Goffree & Dolk (1995)

“Vakdidactische noties van realistisch reken-wiskundeonderwijs”



Kennisbasis Pabo (2009)

“Gangbare vakdidactische noties”



Kennisbasis Pabo (2021)

1. Mathematiseren vanuit betekenisvolle realiteit

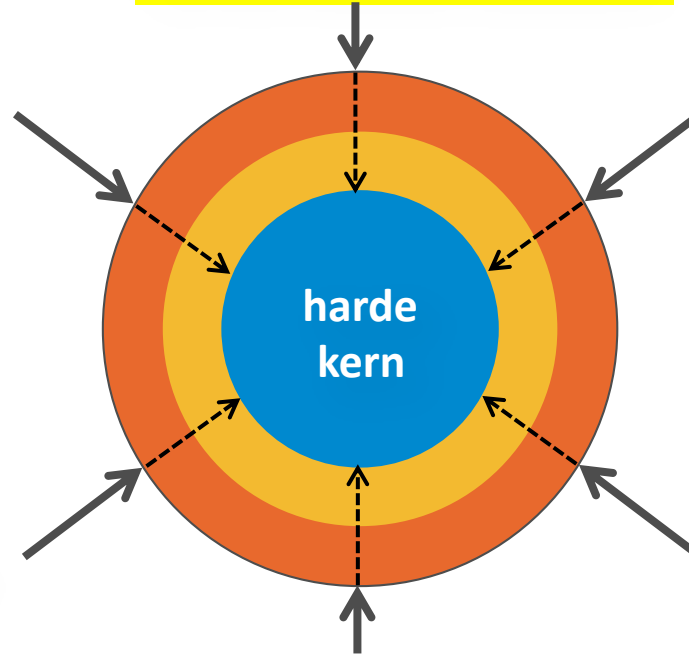
- *werkgeheugen beperkt*
- *basiskennis ontbreekt*
- *geen zinvolle rekenactiviteit*
- *verbinding kunstmatig*
- *te weinig structuur*
- *te veel context*
- *te talig (leesvaardigheid)*

6. Begeleid heruitvinden door leraar

- *onvoldoende professionaliteit leraren*
- *geen behoefte aan bijscholing*
- *leraren hebben verkeerde opvattingen*
- *leraren zijn te taakgericht*
- *leraren schieten tekort in conceptuele begrippen*
- *leraren integreren wiskundig denken onvoldoende*

2. Modelleren en formaliseren

- *reïficatie hindernis mentaal handelen*
- *tijdelijke modellen automatiseren*
- *formele wiskunde onderbelicht*



5. Verstrengeling van leerlijnen

- *weinig consolidatie*
- *zicht op ontwikkeling ontbreekt*
- *collage van probleemsituaties*
- *hiërarchie vakinhoud ontbreekt*
- *onvoldoende curriculum alignment*

3. Ruimte voor eigen inbreng van leerlingen

- *onjuiste procedures*
- *omslachtige procedures*
- *geen algemeen geldigheid*
- *geen fundament in wiskunde*
- *te veel vrijheid*
- *situationeel afhankelijk*
- *automatiseren van misvattingen*

4. Interactie, reflectie en niveauverhoging

- *te langzaam naar formeel*
- *rol leraar te terughoudend*
- *gebrek aan expliciete procedures*
- *leidt tot verwarring*
- *ongeschikt jonge en zwakke rekenaars*
- *ontwikkelt strategiezwakke*
- *te talig (mondeling taalvaardigheid)*

Kritiek op -alleen- ontwikkelonderzoek, wordt in de literatuur genoemd maar niet uitgewerkt

Onder meer door de Onderwijsraad, KNAW en Warries

Vergelijkend effectonderzoek ontbreekt



Onderwijsraad (2006):

- nadruk ligt op **ontwikkelingsonderzoek** in tegenstelling tot effectonderzoek
- dit vloeit voort uit de opvatting over wiskunde-leren, die ervan uitgaat dat dit leren een **sterk persoonsgebonden karakter** heeft; elke leerling ontwikkelt als het ware zijn eigen wiskunde
- vanuit die opvatting is men **huiverig voor vergelijkend effectonderzoek**

Onderwijsraad. (2006). Naar meer evidence based onderwijs. Den Haag: Onderwijsraad.

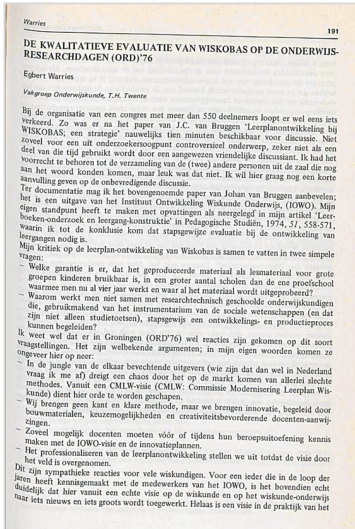


KNAW (2009):

- op het gebied van de effectiviteit van het rekenonderwijs is het **vergelijkend wetenschappelijk onderzoek smal**
- de ontwikkelingen zijn gericht op de ontwikkeling van leergangen en **niet op vergelijkend onderzoek**
- Ministerie van OCW dient **maatregelen** te nemen om wetenschappelijk onderzoek op het gebied van het rekenonderwijs **in omvang en variatie te doen toenemen**

KNAW. (2009). Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering. Amsterdam: Koninklijke Academie voor Wetenschappen.

Kritiek niet nieuw



Warries (1976):

- Wiskobas-project is vernieuwing waar **elke leerling in Nederland** mee te maken krijgt zonder enige keuzemogelijkheid
- in onderwijs is **meer nodig dan een visie**
- er is geen excuus voor het ontbreken van **kwantificerende evaluatie** van zo'n gigantisch experiment
- **zonder empirische evaluatie** is algemeen bruikbaarheid van Wiskobas-onderwijsmateriaal **niet te accepteren**

Alleen ontwikkelonderzoek is te smal, meer variatie gewenst en noodzakelijk

Nog even terug . . .
KNAW had toch meer gezegd?

KNAW-rapport wijst uit dat . . .



. . . er geen verschil is aangetoond tussen rekendidactieken, het maakt niet uit vanuit welke visie of didactische uitgangspunten dit wordt gedaan¹



¹ Lit & Keijzer, 2010; Smeets et al., 2011; Keijzer & van Gool, 2014; Hoorn, 2014; Schmeier, 2017; Keijzer et al., 2017a, 2017b; Rijborz, 2018; Keijzer, 2019; Kennisrotonde, 2019; Keijzer & Veldhuis, 2019; Smid, 2020; Van Zanten, 2020; Van den Heuvel-Panhuizen & Van Zanten, 2020; Keijzer & Oonk, 2020; Vereniging Hogescholen, 2021; Polman et al., 2021; De Lange, 2022; Ros et al., 2022; Drijvers, 2023.

KNAW-rapport wijst uit dat . . .



Conclusie 4.2

Het door de commissie bestudeerde materiaal leidt niet tot een eenduidig beeld en rechtvaardigt geen algemene wetenschappelijk gefundeerde uitspraken over de relatie tussen rekendidactiek en rekenvaardigheid. Het biedt, in het bijzonder, geen overtuigende empirische ondersteuning voor de claims van enige partij in de discussie over traditioneel versus realistisch rekenen.

Ambigüiteit in begripsvorming

Begrippen zijn **multi-interpretabel**

- bijv. drievoudige definitie voor begrip 'realistisch' ¹
- bijv. eenvoudige breuken ²

Begrippen krijgen **negatieve definiëring**

- bijv. een leerlijn is niet: . . . ³
- bijv. niveauverhoging zonder niveaus maar labyrint, een patchwork ⁴

Nauwkeurigheid teruggebracht tot **dichotomie**

- bijv. kritiek primair van wiskundigen die ver van onderwijs staan ⁵
- bijv. typering van rekenmethodes: realistisch of traditioneel ⁶

¹ bijv. Drijvers, 2011

² bijv. SLO, 2023

³ bijv. Van den Heuvel-Panhuizen et al., 1998

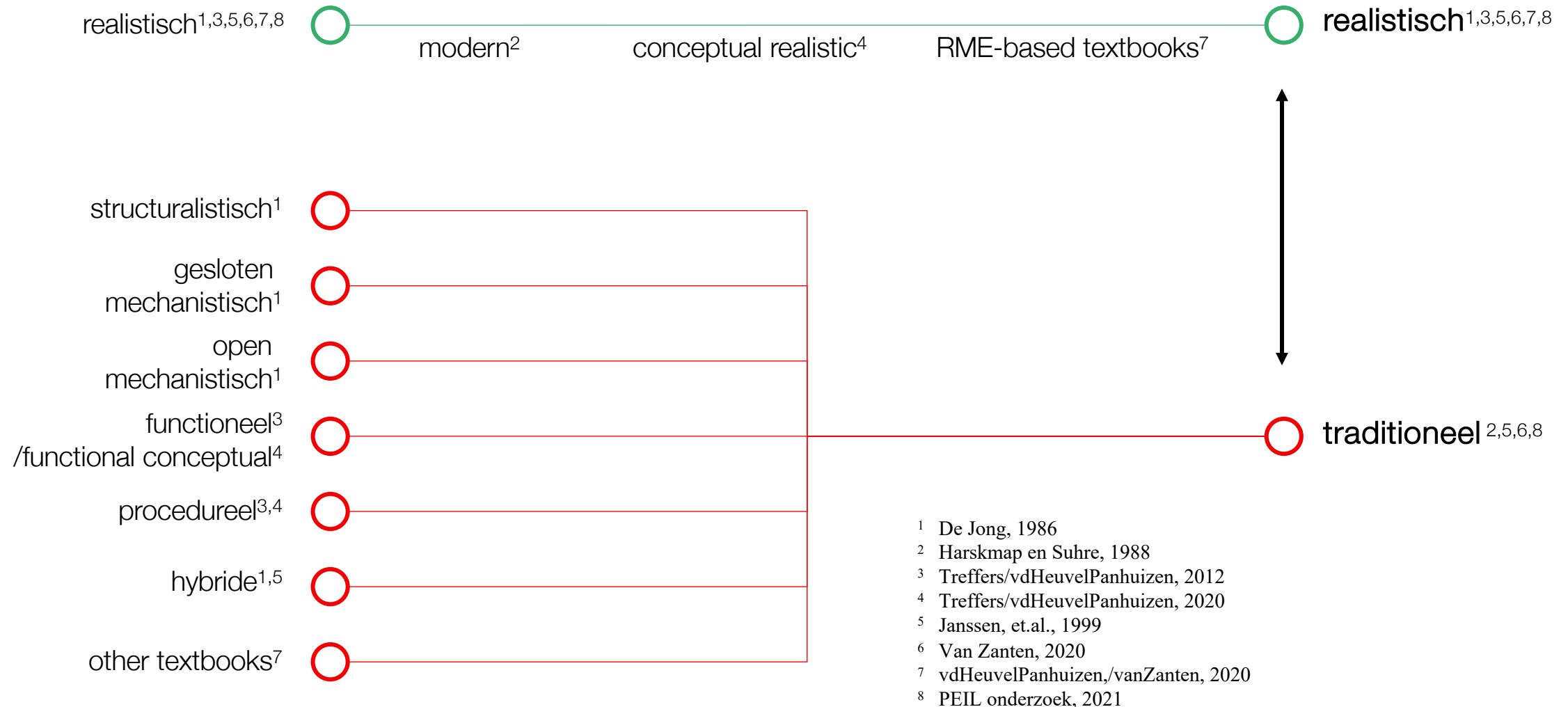
⁴ bijv. Treffers, 1987

⁵ bijv. Uittenbogaard, 2008; Van den Heuvel-Panhuizen, 2009

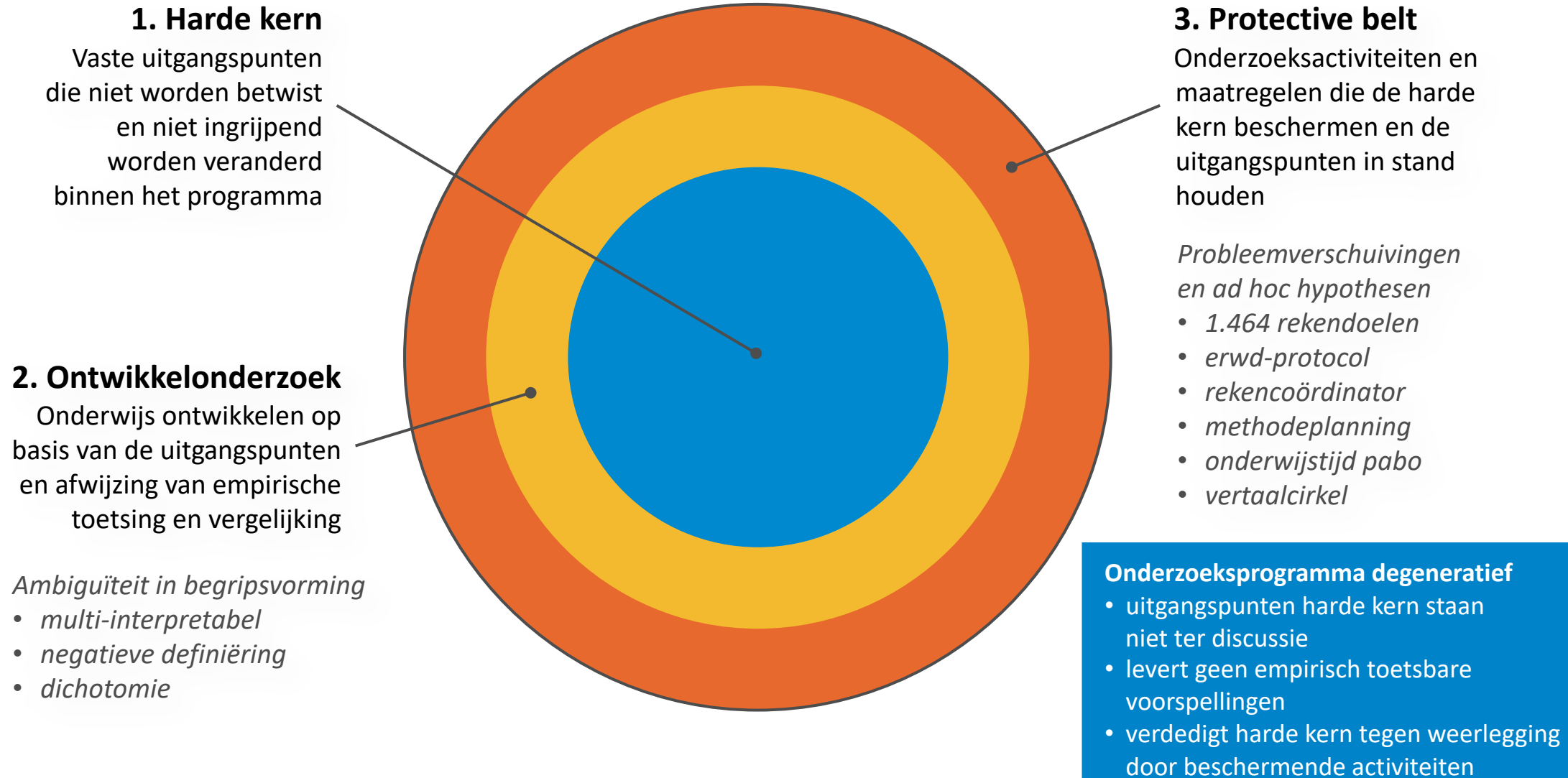
⁶ bijv. Treffers & Van den Heuvel-Panhuizen, 2020; Inspectie van het Onderwijs, 2021

Typering schoolmethodes: nauwkeurig?

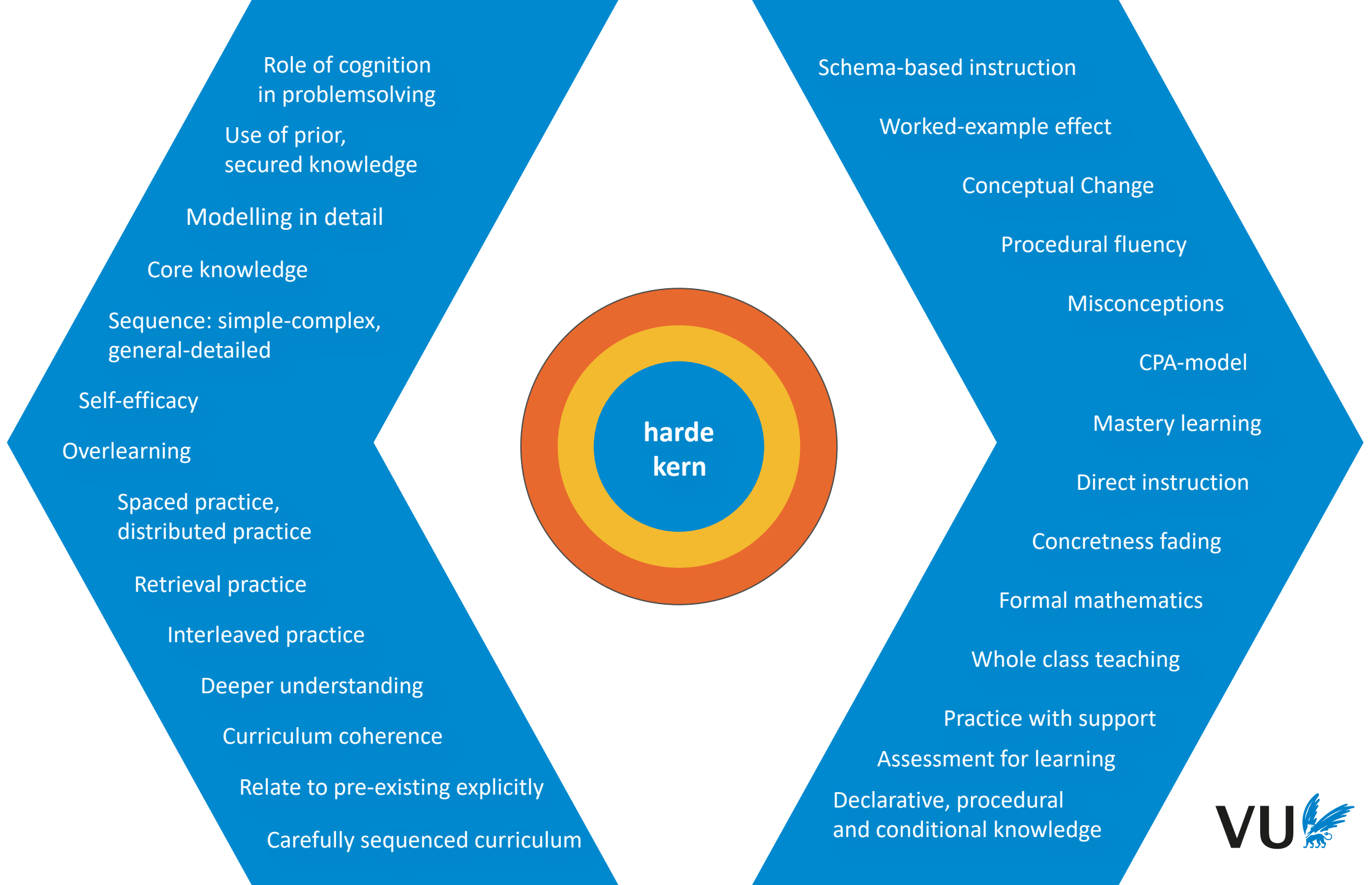
In de literatuur zijn 12 typeringen gehanteerd om 40 rekenmethodes te typeren, uiteindelijk resulterend in slechts 2 labels: realistisch of traditioneel waarbij de specifieke aard en diversiteit van niet-realistische rekenmethodes is teruggebracht naar slechts 1 label (traditioneel)



Belemmeringen voor verbetering reken-wiskundeonderwijs



Evidence-informed alternatieven



1. Geen generieke verbetering zichtbaar

Resultaten op reken-wiskundetoetsen van Nederlandse leerlingen



2. Kritiek is breder dan alleen vanuit de wiskunde

- 1. Mathematiseren vanuit betekenisvolle realiteit**
 - verrijken/verrijken leerveld
 - betekenisvolle contexten
 - geen directe realiteitsactiviteit
 - verrijking kunstmatig
 - te weinig structuur
 - te veel context
 - te lang (niveauevenging)
- 2. Modelleren en formaliseren**
 - rijkelijke (interne) contexten
 - tijdelijke modellen/automatiseren
 - formele wiskunde onderbrengt
- 3. Ruimte voor eigen inbreng van leerlingen**
 - orgaanle procedures
 - onvolledige procedures
 - pers. algemene kennis
 - geen fundament te vinden
 - te veel tijd
 - abstractie/afbreken
 - automatiseren van situaties
- 4. Interactie, reflectie en niveauevenging**
 - te langzaam naar formel
 - rol/leer te terugkijken
 - gebruik van expliciete procedures
 - te veel te verwachten
 - ongeacht jonger en zwakke relaties
 - onvoldoende strategieën
 - te lang (niveauevenging)
- 5. Versteviging van leerlijnen**
 - weinig contexten
 - richt op ontwikkeling/activiteit
 - college van problemen/activiteit
 - Algoritme/activiteit/activiteit
 - onvoldoende curriculum element
- 6. Begleid heruitvinden door leraar**
 - onvoldoende probleem/activiteit/leren
 - geen behoefte aan discussie
 - leraar hebben veranderde opvattingen
 - leraar zijn te laag/activiteit
 - leraar schillen/activiteit in conceptuele begrippen
 - leraar integreren wiskundig denken/activiteit
 - onvoldoende

3. Onderzoek is vooral ontwikkelonderzoek



4. We weten niet of realistisch rekenen werkt



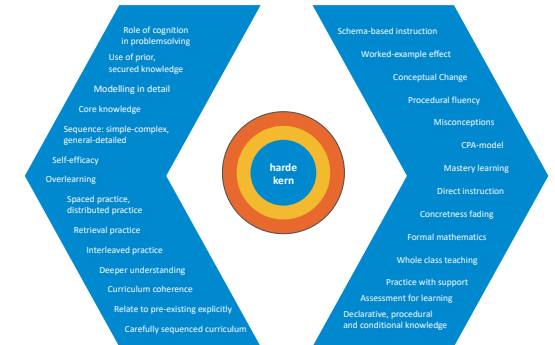
Conclusie 4.2

Het door de commissie bestudeerde materiaal leidt niet tot een eenduidig beeld en rechtvaardigt geen algemene wetenschappelijk gefundeerde uitspraken over de relatie tussen rekendidactiek en rekenvaardigheid. Het biedt, in het bijzonder, geen overtuigende empirische ondersteuning voor de claims van enige partij in de discussie over traditioneel versus realistisch rekenen.

5. Beschermende gordel werkt degeneratief

- 1. Harde kern**
Vaste uitgangspunten die niet worden betwist en niet ingrijpend worden veranderd binnen het programma
- 2. Ontwikkelonderzoek**
Onderwijs ontwikkelen op basis van de uitgangspunten en afwijking van empirische toetsing en vergelijking
- 3. Protective belt**
Onderzoekactiviteiten en maatregelen die de harde kern beschermen en de uitgangspunten in stand houden
- Onderwijsprogramma degeneratief**
 - uitgangspunten harde kern staan niet ter discussie
 - inzet geen empirisch toetsbare voorstellen
 - wordt afgewijkt harde kern tegen weerlegging door beschermende activiteiten

6. Weinig ruimte voor evidence-informed alternatieven



Positieve acties

1. **Openheid** in collegiaal debat
2. Meer onderzoek en meer **variatie** in onderzoek
3. **Benutten** evidence-informed alternatieven
4. Hanteer **criteria** voor good evidence¹
Relevant, Grondig, Samenhangend, Overtuigend, Bruikbaar
5. Een nieuwe, evidence-informed **kennisbasis** voor de pabo

¹ Perry, T., & Morris, R. (2023). A Critical Guide to Evidence-Informed Education. McGraw-Hill Education (UK).



External PhD-candidate
Educational Sciences



Peter Langerak
p.l.langerak@vu.nl

Het beoogde curriculum op de pabo

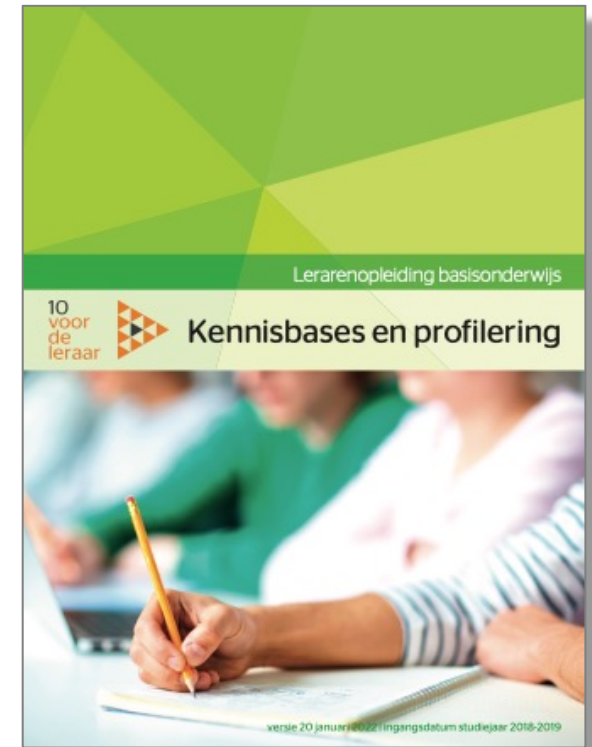
Vakdidactische noties

De volgende onderwijsleerprincipes typeren het wiskundeonderwijs:

- Mathematiseren vanuit betekenisvolle realiteit
- Modelleren en formaliseren
- Ruimte voor eigen inbreng van leerlingen
- Interactie, reflectie en niveauverhoging
- Verstremgeling van leerlijnen (Treffers, 1987; Treffers, De Moor, & Feijs, 1989; Van den Heuvel-Panhuizen, Buijs, & Treffers, 2001).

Deze ordening en uitwerking zijn niet de enig mogelijke. De Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (KNAW) deed onderzoek naar verschillen tussen visies op wiskundeonderwijs. Zij concludeerde dat geconstateerde lagere opbrengsten **geen verband hielden** met een specifieke keuze voor visie op het reken-wiskundeonderwijs (Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, 2009).

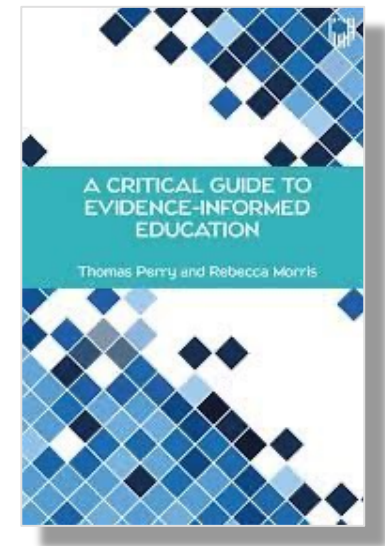
“Gangbare vakdidactische noties”



Kennisbasis Pabo (2021)

Criteria of Good Evidence (good research)

1. **Relevant:** effectieve oplossingen of nieuwe denkwijzen bieden die de huidige praktijken in een specifieke onderwijscontext verbeteren
2. **Grondig:** grondige onderzoeksevaluatie en ondersteund door consistent empirische bewijs met een flexibele interpretatie van wat grondigheid inhoudt afhankelijk van de context
3. **Samenhangend:** integratie met bestaande kennis en praktijken waardoor ze bijdragen aan een cumulatieve kennisbasis in plaats van daarmee in conflict te komen of deze te overschaduw
4. **Overtuigend:** sterke concepten en principes die leraren helpen de aanpak en de effectiviteit ervan onder verschillende omstandigheden te begrijpen
5. **Bruikbaar:** duidelijke en direct toepasbare aanpak die leraren direct kunnen implementeren of aanpassen aan hun lespraktijken en beleid



¹ Perry, T., & Morris, R. (2023). A Critical Guide to Evidence-Informed Education. McGraw-Hill Education (UK).