

Masterclass: Mastery learning Educatieve Master Primair Onderwijs

Amsterdam
19 april 2024

Peter Langerak

External PhD-candidate, Vrije Universiteit Amsterdam
Head R&D, Netherlands Mathematical Institute



External PhD-candidate
Educational Sciences



Peter Langerak
p.l.langerak@vu.nl

OUTLINE

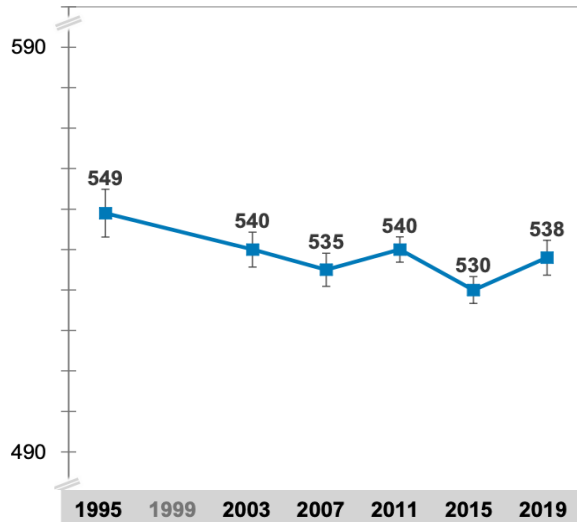
1. **Wat is er aan de hand met het rekenonderwijs in Nederland?**
2. **Nederlands, realistisch reken-wiskundeonderwijs**
intermezzo - wat zegt onderzoek?
3. **Mastery learning**
4. **Een alternatief Foutloos Rekenen**

1.

Wat is er aan de hand met het rekenonderwijs in Nederland?

GROEP 6 LEERLINGEN

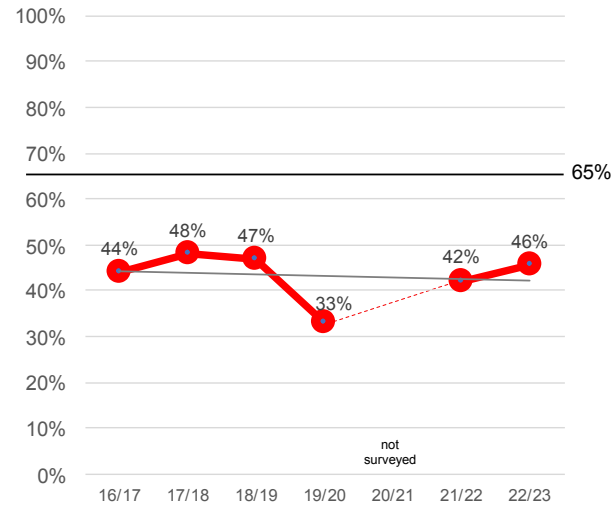
Hoge score in 1995 is niet meer behaald



TIMSS: Meelissen, 2020

GROEP 8 LEERLINGEN

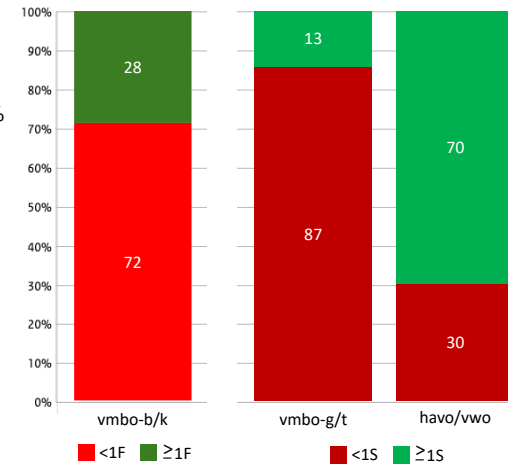
Nationale ambitie is nooit behaald



Percentage IIn 1S-streefniveau behaald; Onderwijsinspectie, PEIL-onderzoeken

2e KLAS LEERLINGEN

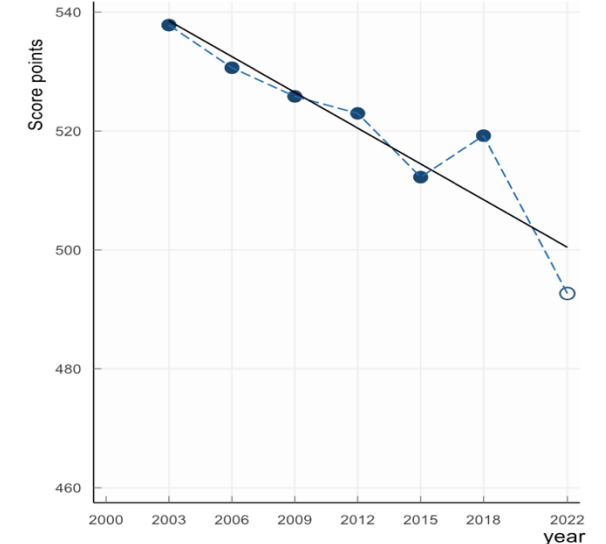
Vereiste niveau wordt onvoldoende beheerst



Onderwijsinspectie, PEIL-onderzoek, 2024

3e KLAS LEERLINGEN

Dalende trend is aanhoudend negatief

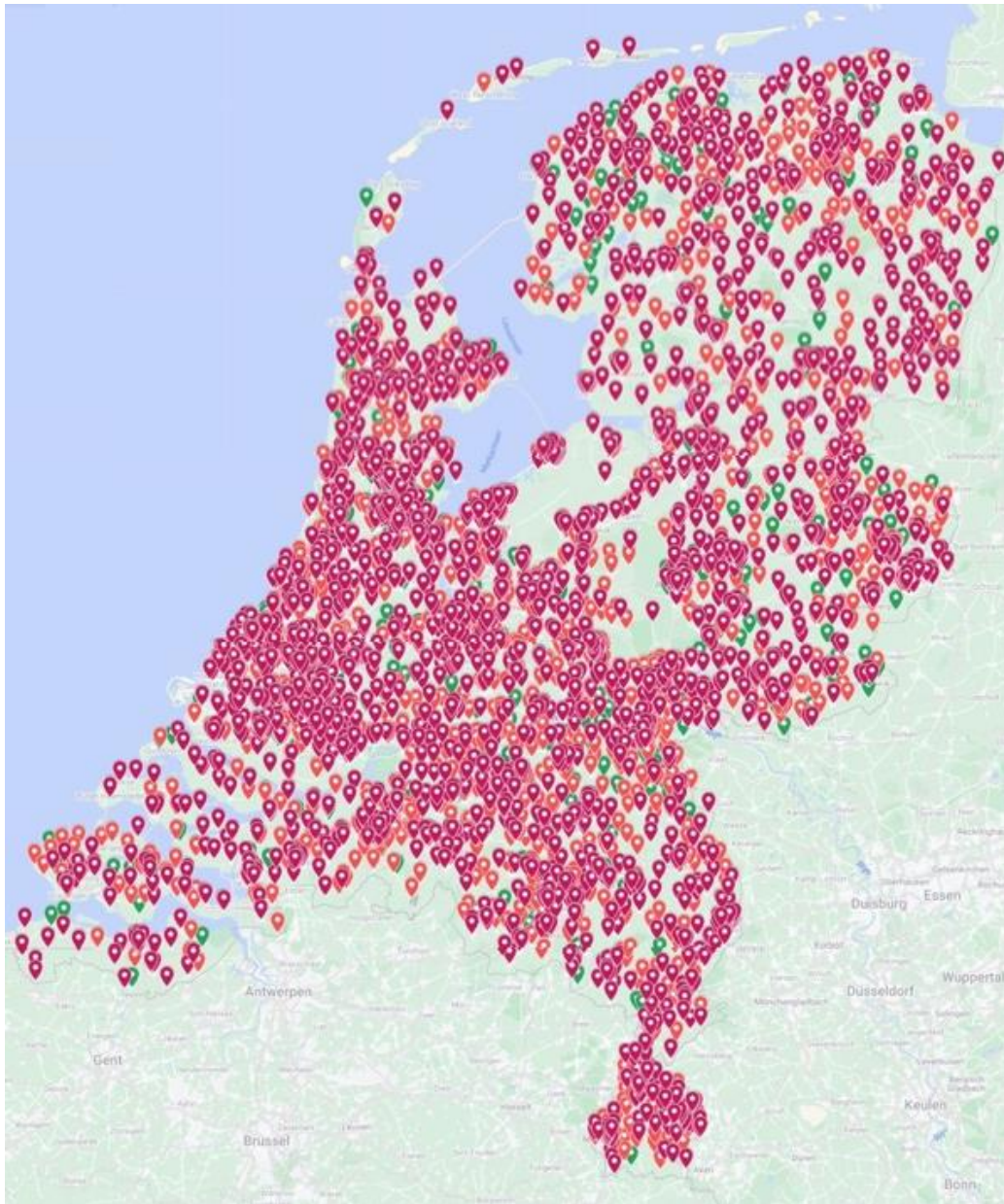


PISA: OECD, 2023

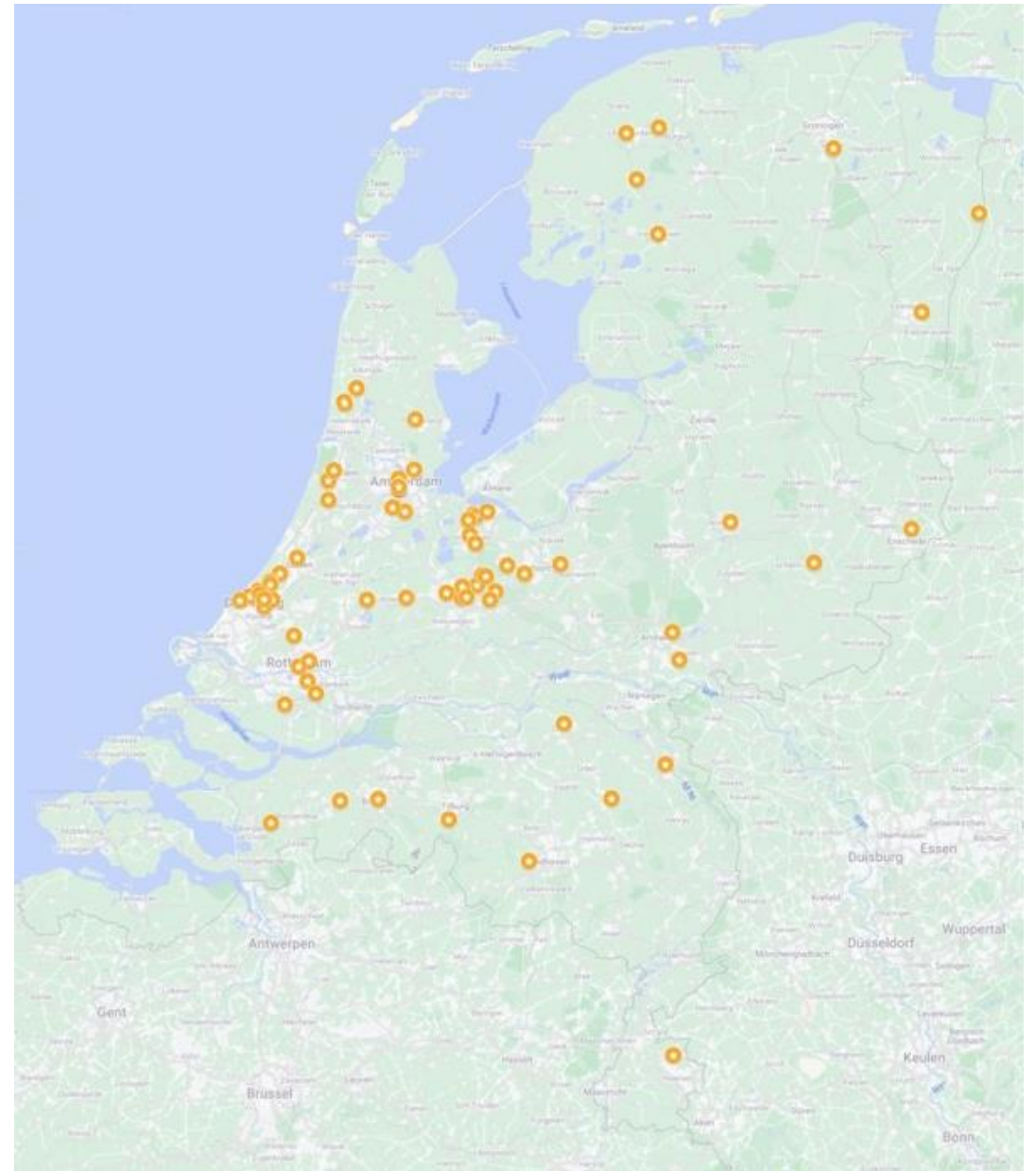
primair onderwijs

voortgezet onderwijs

1.



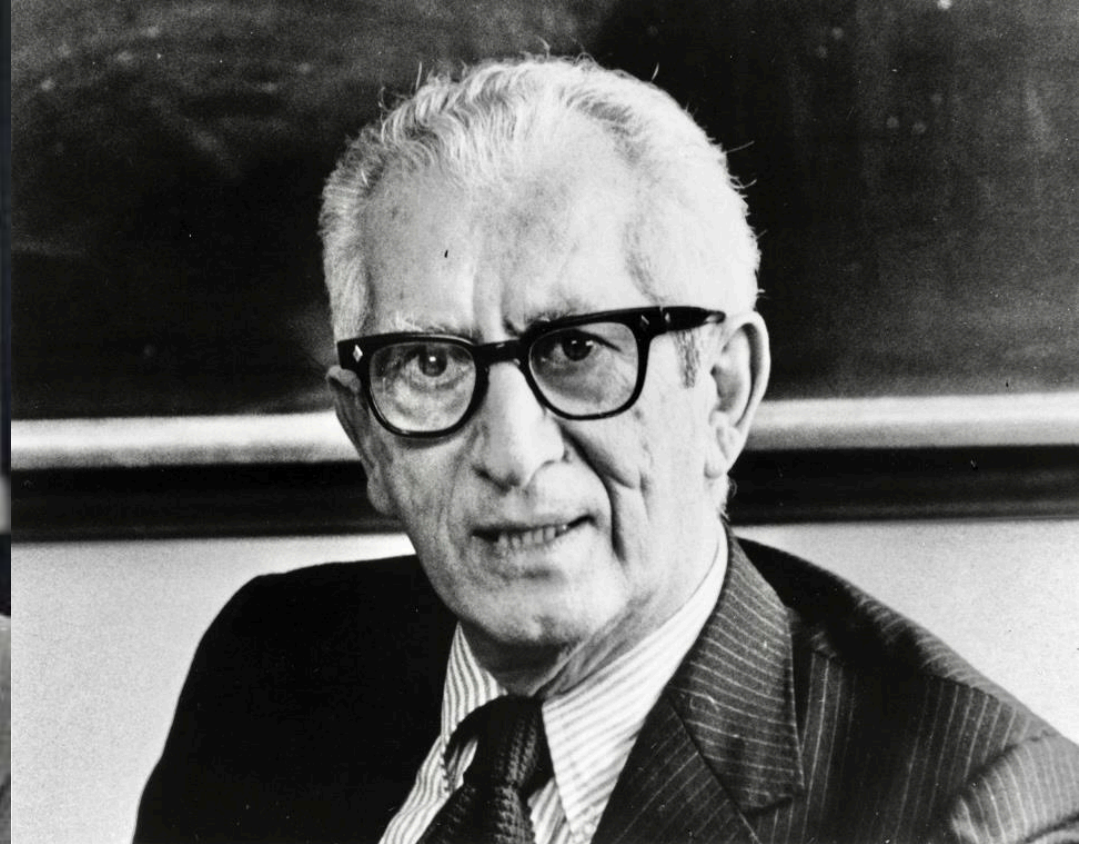
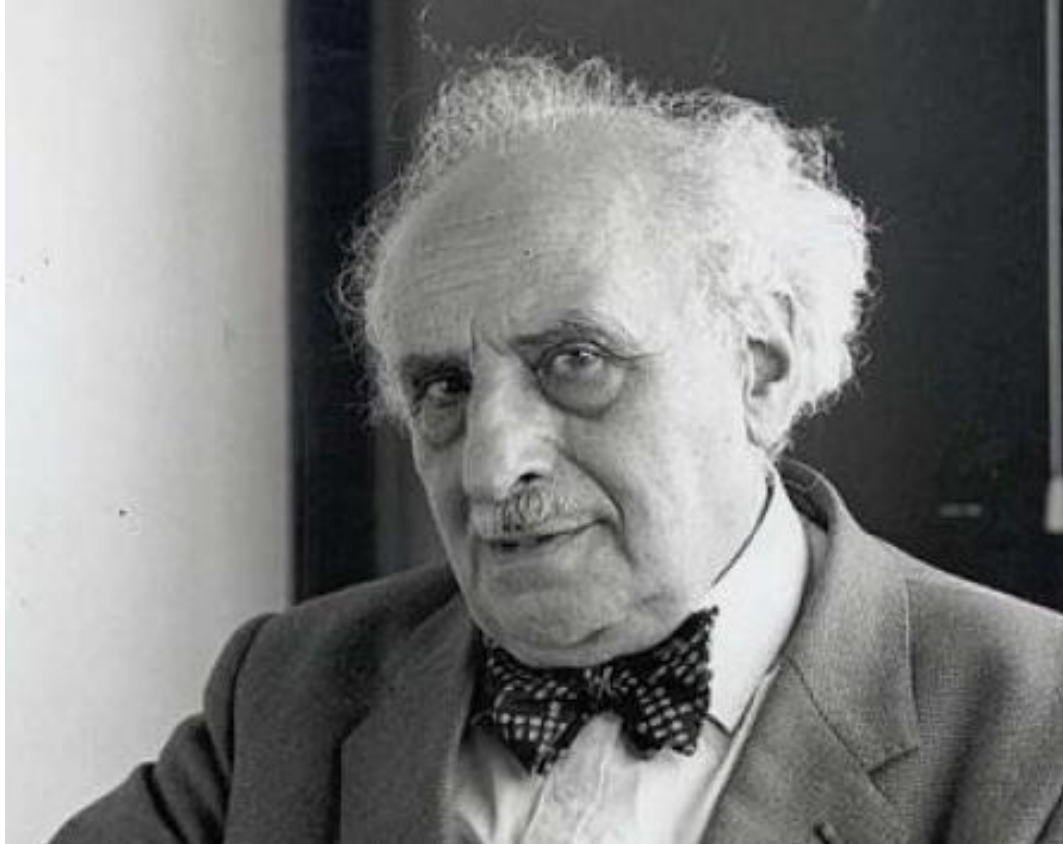
5.250 basisscholen (90%) realiseren ambitie niet
614 basisscholen (10%) realiseren ambitie



74 basisscholen (1,3%) realiseren ambitie drie jaar achterelkaar

Bron analyse: DUO open onderwijsdata, n=5.938

Het verhaal van Hans en Benjamin



Het verhaal van Hans en Bastiaan

HANS FREUDENTHAL

BASTIAAN'S EXPERIMENTS ON ARCHIMEDES' PRINCIPLE¹

1. THE EXPERIMENTAL KIT

Bastiaan was 5½ years old when the experiments started. He is not yet interested in reading or arithmetic, though his linguistic abilities and his understanding of numbers are well developed. In his drawing activity he lays a stress on structure. His main interest is physics – an interest which arose early, through observing the moon and stars, and floating and sinking bodies. This was the reason why I asked a physicist colleague how to teach children Archimedes' Principle. He sent me a box with a written instruction book and some materials, which as a mathematician I would never have lighted upon. The main tools: a spring balance and plastic vessels – plastic, with its specific weight close to 1, serves better than glass in hydrostatic experiments.

2. PREHISTORY

Some notes from my diary on Bastiaan, previous to the experiments.

20 April 1975: Walking along the Amsterdam-Rhine Canal where excavations are being prepared to broaden the waterway. Suddenly Bastiaan let loose a torrent of disconnected words such as I had never before heard from him. When he had calmed down, I understood something I would not have believed had it been someone else telling it. The gist of what he said was that for the earth taken away people must add water. [The boy's discovery is an indication of what in Piaget's terminology is called 'conservation', and it is shown at an age level incompatible with Piaget's theories. Is it to be wondered at? This in fact is open field physics, which must be well distinguished from that in the psychologist's laboratory.] I tell the boy where the water is coming from and how it is circulating through the geosphere.

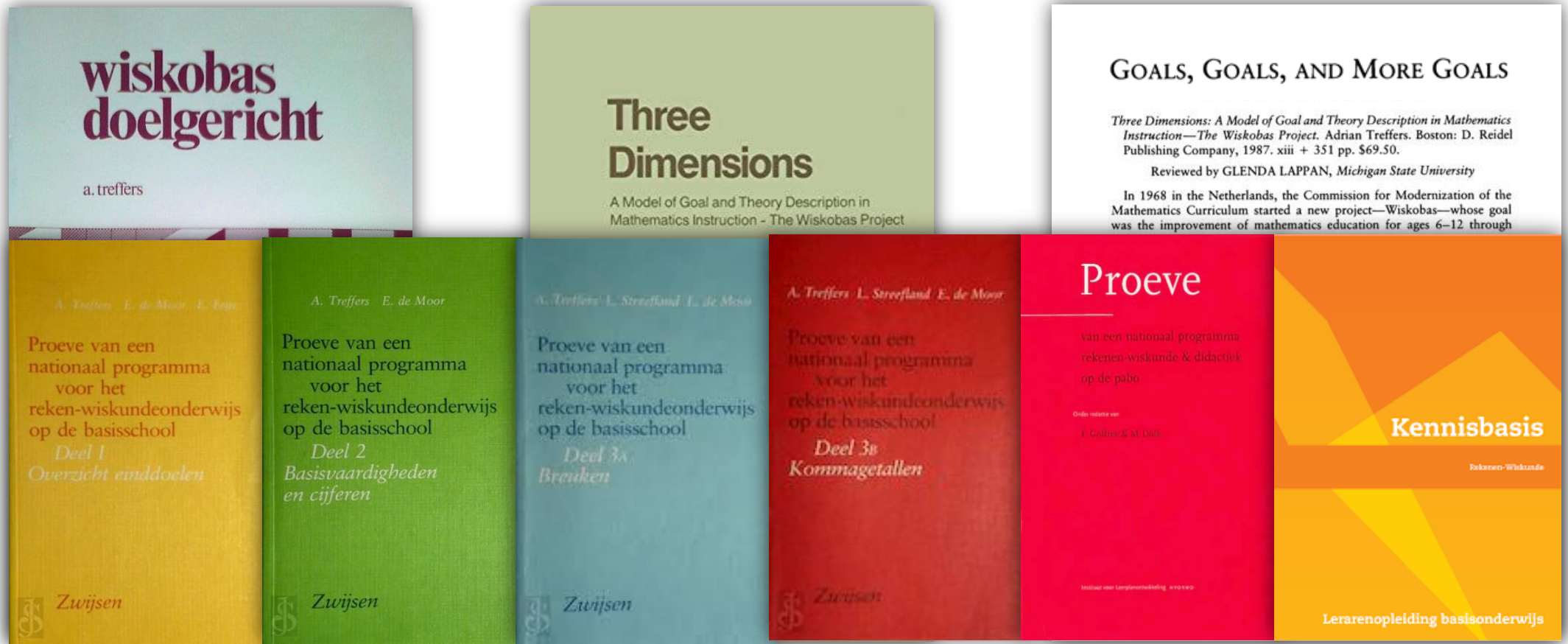
29 June 1975. A can floating on the Canal. Bastiaan: 'Why doesn't it sink?' 'I think because it is empty and closed'. 'Why does it sink if it is open?' 'Because then the can with the water is heavier than water; if there is air in it, it is lighter than water'. Bastiaan: 'A balloon would also float on water'.

26 July 1975. During a story about the Rhine river, Bastiaan, excited, 'I now know how they made the Rhine: Taking away earth and filling in water'.

¹ For a more complete report see: *Pedomorfose* 7 (1975), Nr. 25, and 8 (1976), Nr. 29 (Netherlands).



Van Wiskobas-project naar realistisch rekenen



Treffers, A. (1978). *Wiskobas doelgericht: een methode van doelbeschrijving van het wiskundeonderwijs volgens wiskobas*. Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskunde Onderwijs.

Treffers, A., & Treffers, A. (1987). Three-dimensional goal description. *Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction—The Wiskobas Project*, 167-195.

Glenda Lappan, G. (1988). Goals, Goals, and More Goals. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 19, No. 2 (Mar., 1988), pp. 184-188

Realistisch rekenen

1. Mathematiseren vanuit betekenisvolle realiteit

2. Modelleren en formaliseren

3. Ruimte voor eigen inbreng van leerlingen

4. Interactie, reflectie en niveauverhoging

5. Verstrengeling van leerlijnen

6. Begeleid heruitvinden

Pabo's hanteren één didactiek als uitgangspunt



(Kennisbasis Pabo, 2009 en 2021)



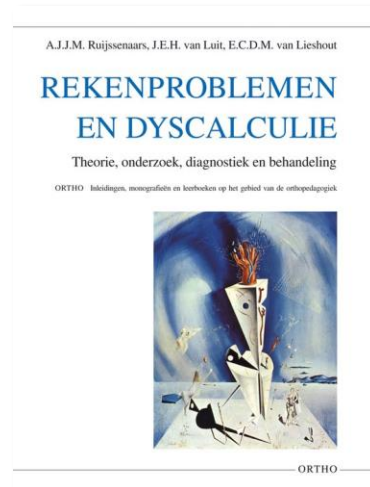
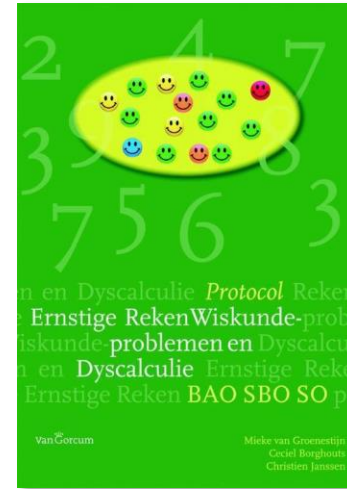
Geen ruimte voor een alternatief

- Een alternatief is onverenigbaar met de kennisbasis
- Gelijke aandacht voor beide aanpakken is onwenselijk
- Integreren van een alternatief is politiek-strategisch gemotiveerd

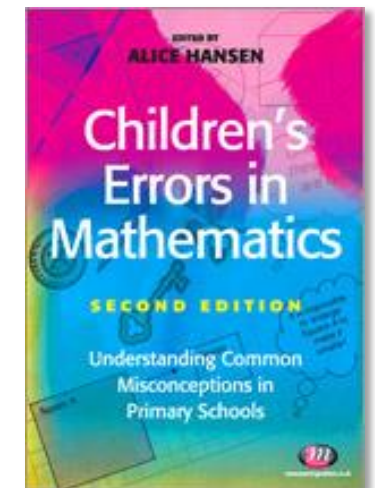
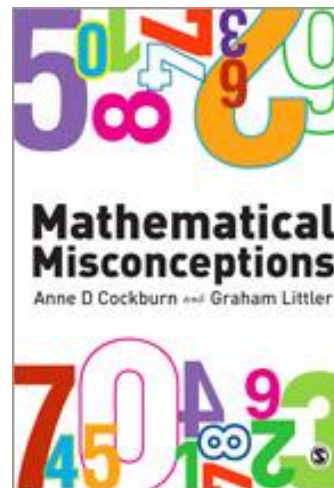
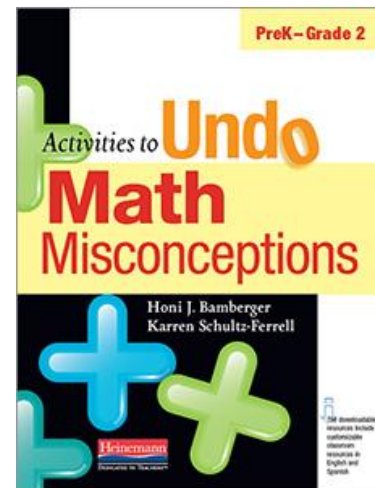
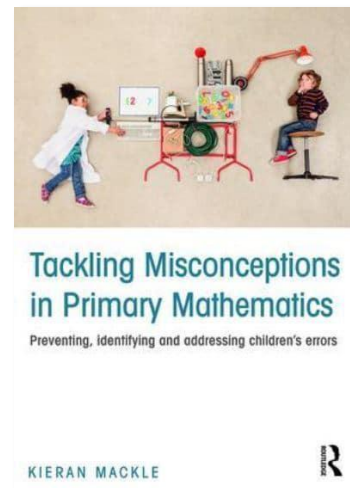
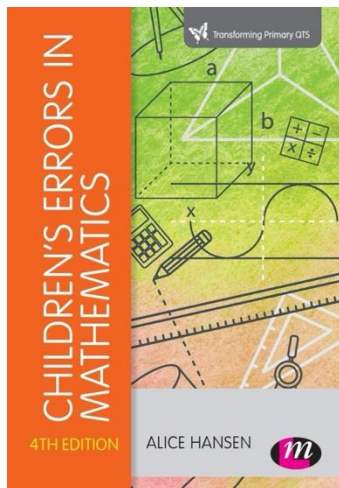
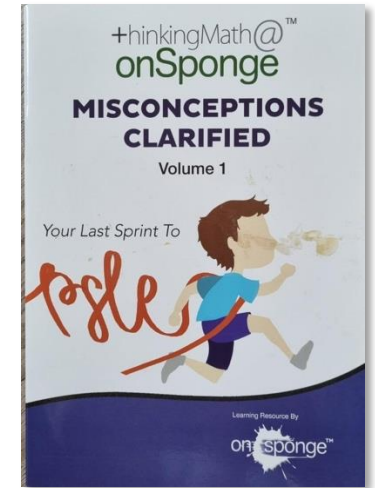
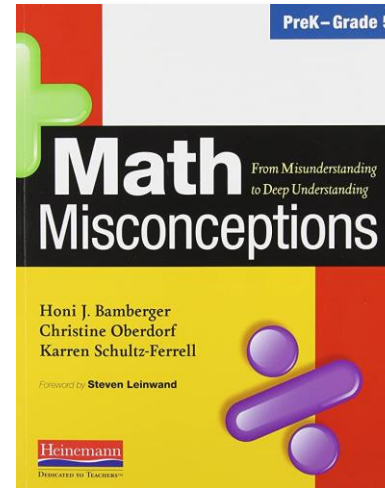
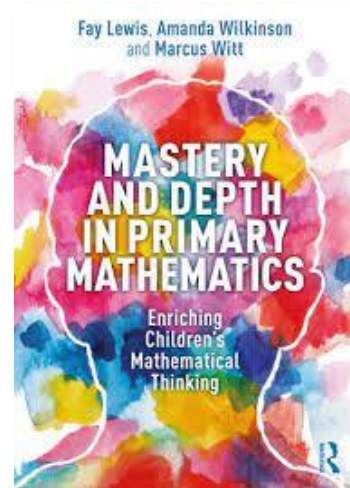
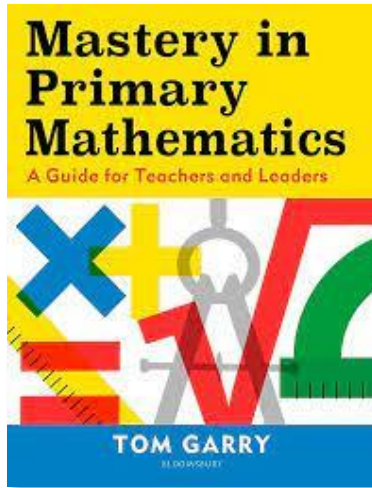
(Van Zanten, 2010)

	2 weken	3 weken	3 weken	3 weken	3 weken	3 weken	3 weken	3 weken	3 weken	3 weken	3 weken
GROEP 6	POSTAFBLAK	BLOK 1	BLOK 2	BLOK 3	BLOK 4	BLOK 5	BLOK 6	BLOK 7	BLOK 8	BLOK 9	BLOK 10
WISKUNDE	vermen en afrekken (in 1000 met cijfers, uitdrukkingen van vermen en afrekken met 1000)	optellen in en samenhang met de vermen, vermen en afrekken met 1000	vermen met 1000	afrekken op tien, honderd en duizend samen			vermen met 1000	vermen en honderd, vermen afrekken en afrekken op grafieken			sommige grafieken vergelijken en ordenen
SPREKEN EN SPREKEN		1000 + 1000 en 1000 - 1000 naar analogie	368 + 217 bekende getallen optellen	412 + 217 afkennend vermen (met een vermen 10 of honderd)	463 - 248 bekende getallen afrekken (met een vermen 10 of honderd)	463 - 248 bekende getallen afrekken (met meerdere vermen)	463 - 248 bekende getallen afrekken (met meerdere vermen)	417 - 217 afkennend afrekken met max. 1x vermen 10 of honderd	417 - 217 afkennend afrekken met max. 1x vermen 10 of honderd		
WISKUNDE EN SPREKEN	Deelnamen en afrekken van vermen en afrekken met 1000 en 1000	3 x 700 en 4000 : 8 naar analogie	42 : 3 d.m.v. optellen	92 : 4 d.m.v. optellen			626 : 9 (met rest) d.m.v. optellen	1500 : 30 en 30 x 40 naar analogie	138 : 6 d.m.v. optellen en 1517 : 3 met te veel (vermen)		afrekken van vermen, vermen en delen
REKENEN		vermen en afrekken met 1000 (10, 100, 1000)	vermen voor gewicht en afrekken op honderden	afrekken voor gewicht en afrekken op honderden	afrekken voor gewicht en afrekken op honderden	afrekken voor gewicht en afrekken op honderden	afrekken voor gewicht en afrekken op honderden	afrekken voor gewicht en afrekken op honderden	afrekken voor gewicht en afrekken op honderden	afrekken voor gewicht en afrekken op honderden	afrekken voor gewicht en afrekken op honderden
TEKST	analogie en digitaal 5 en 10 vermen voor en over heel en half uur	analogie en digitaal op de ritmaat maken	rekenen met rijtjes, maar met een en vermen	analogie en digitaal op de ritmaat maken	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen
REKENEN	voorgegeven en afrekken van figuren vermen	kaartgebruik (colours, afrekken, schaal)	rijtjes met en met	rekenen met vermen en afrekken	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen
VERBODEN											lijnen en vermen met vermen
REKENEN	reductie vermen	deel van geheel vermen (breuk notatie)	aanvullen tot een hele	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen	afkennend vermen met en met vermen

Nederlandse vakliteratuur



Engelse vakliteratuur



Jan van de Craats

**Waarom Daan en Sanne
niet kunnen rekenen**

Zwartboek rekenonderwijs

Homepage van de auteur:
<https://staff.fnwi.uva.nl/j.vandegraats/>

**“ Ik dacht het is een andere didactiek
voor dezelfde stof,
maar die stof is niet hetzelfde.**

**Met die andere didactiek hebben
ze de inhoud weggedefinieerd”**

Prof. dr. Joost Hulshof
Hoogleraar wiskunde, VU



Tijpcast, maart 2024

Wat is de conclusie van het KNAW-onderzoek?

Wat is er bekend over de relatie tussen rekendidactiek en rekenvaardigheid ?

Traditioneel rekenen of realistisch rekenen?



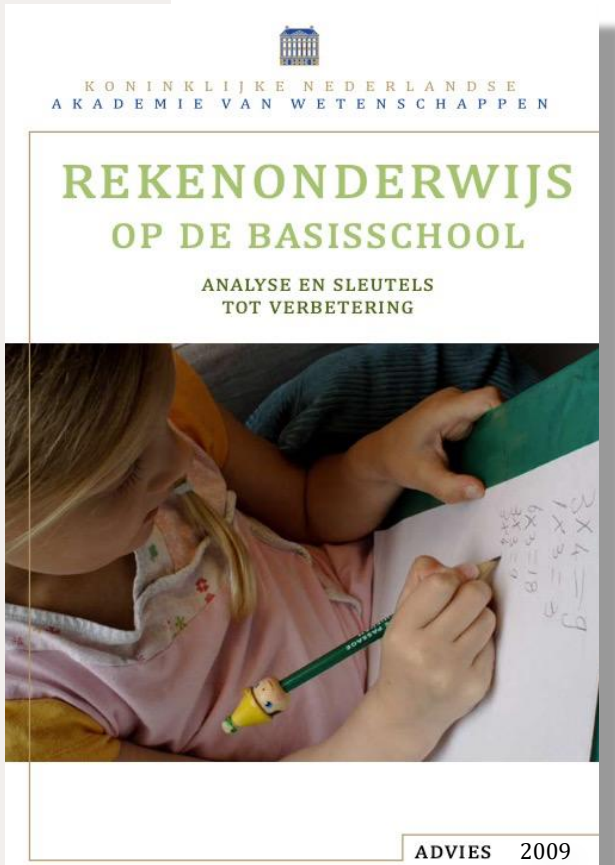
KNAW-rapport wijst -volgens andere publicaties- uit dat . . .

. . . er geen verschil is aangetoond tussen rekendidactiek en voor de rekenresultaten maakt het niet uit vanuit welke visie of didactische uitgangspunten dit wordt gedaan.

Smeets et al., 2011; Hoorn, 2014; Schmeier, 2017; Kennisrotonde, 2019; Smid, 2020; van Zanten, 2020; Van den Heuvel-Panhuizen & Van Zanten, 2020, Keijzer & van Gool, 2014; Keijzer et al., 2017a, 2017b; Rijborz, 2018; Keijzer & Veldhuis, 2019; Keijzer & Oonk, 2020; Vereniging Hogescholen, 2021; Drijvers, 2023, Lit & Keijzer, 2010; Polman et al., 2021; Keijzer, 2019; De Lange, 2022; Ros et al., 2022



Wat is de conclusie van het KNAW-onderzoek?



Wat is er bekend over de relatie tussen rekendidactiek en rekenvaardigheid ?

- A Traditioneel rekenen leidt tot betere rekenresultaten
- B Realistisch rekenen leidt tot betere rekenresultaten
- C Traditioneel of realistisch maakt geen verschil in rekenresultaten
- D Geen algemeen wetenschappelijk gefundeerde uitspraak mogelijk

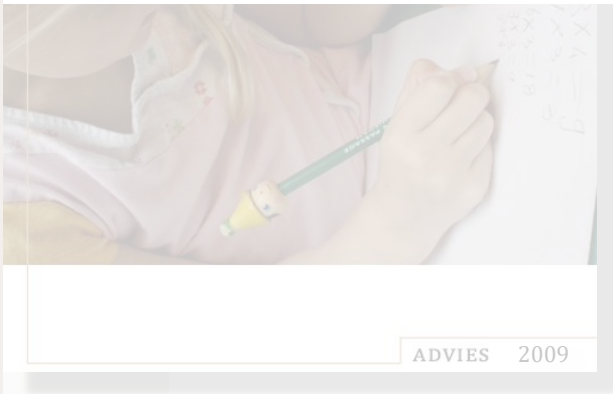
Wat is de conclusie van het KNAW-onderzoek?

CONCLUSIE

Het door de commissie bestudeerde materiaal leidt niet tot een eenduidig beeld en rechtvaardigt geen algemene wetenschappelijk gefundeerde uitspraken over de relatie tussen rekendidactiek en rekenvaardigheid. Het biedt, in het bijzonder, geen overtuigende empirische ondersteuning voor de claims van enige partij in de discussie over traditioneel versus realistisch rekenen.

C Traditioneel of realistisch maakt geen verschil in rekenresultaten

D Geen algemeen wetenschappelijk gefundeerde uitspraak mogelijk



KNAW-rapport wijst -volgens andere publicaties- uit dat . . .



... er geen verschil is aangetoond tussen reken didactiek en rekenresultaten maakt het niet uit vanuit welke of didactische uitgangspunten dit wordt gedaan.

Smets et al., 2011; Hoorn, 2014; Schmeier, 2017; Kennisroep, 2019; Smid, 2020; van Zanten, 2020; Van den Heuvel-Panhuizen & Van Zanten, 2020; Keijzer & van Gool, 2014; Keijzer et al., 2017a, 2017b; Rijborz, 2018; Keijzer & Veldhuis, 2019; Keijzer & Oonk, 2020; Vereniging Hogescholen, 2021; Drijvers, 2023, Lit & Keijzer, 2010; Polman et al., 2021; Keijzer, 2019; De Lange, 2022; Ros et al., 2022

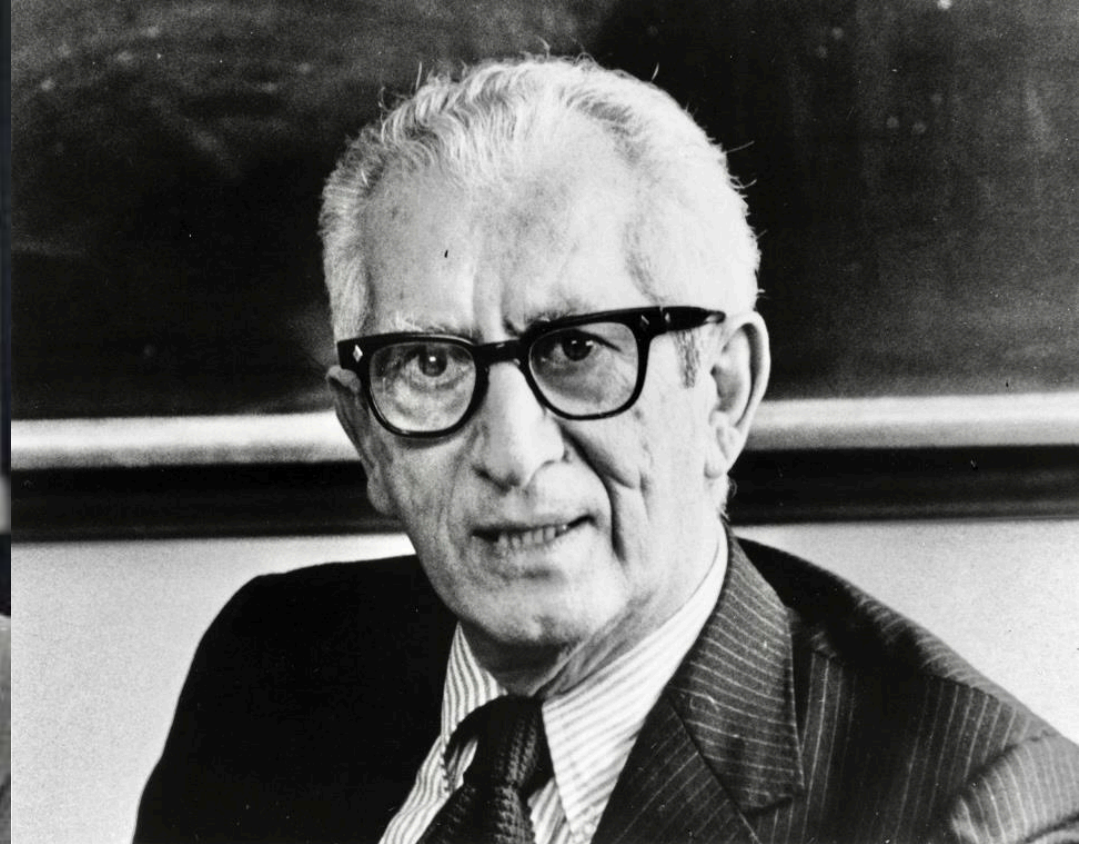
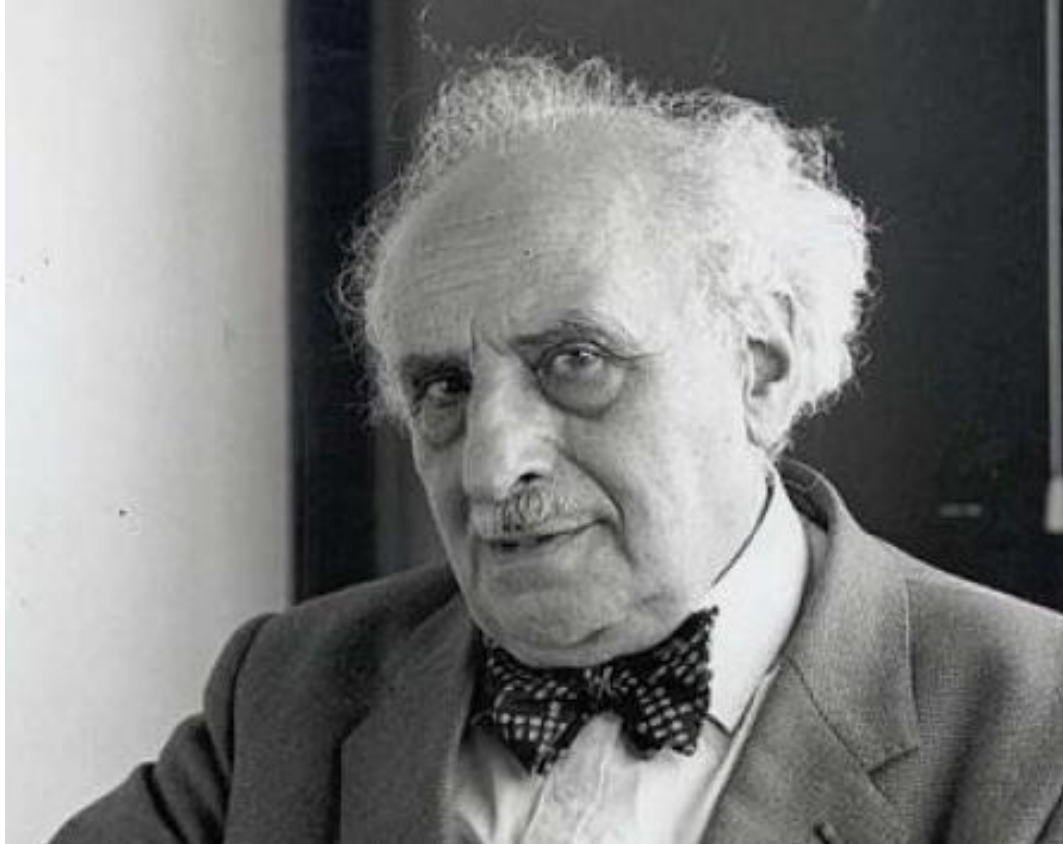
Ontwikkelonderzoek ipv toetsend en vergelijkend onderzoek

Onderzoek naar reken-wiskundeonderwijs in Nederland (Onderwijsraad, 2006)

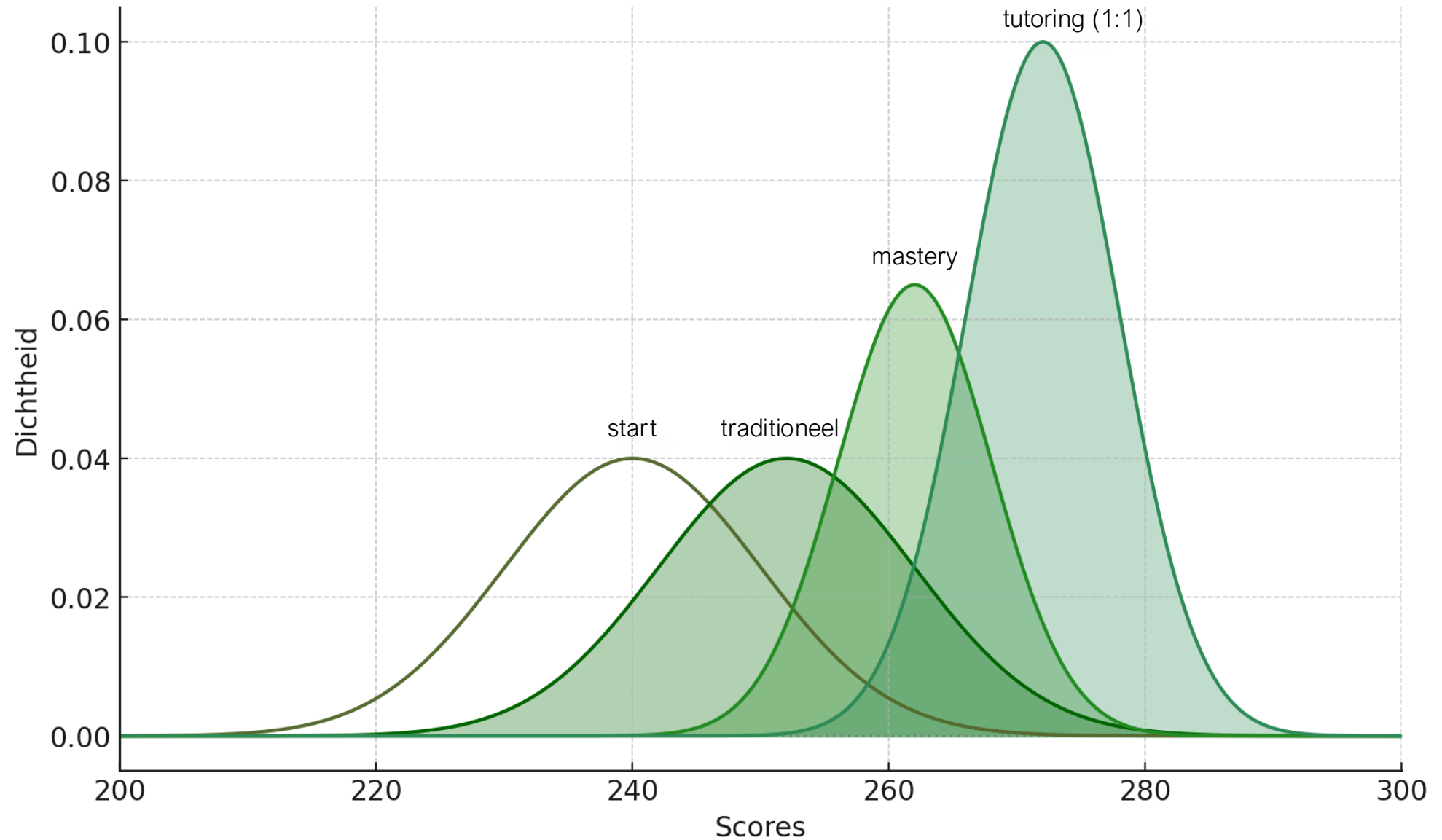
- Focus op kleinschalige ontwerpexperimenten (om lesmateriaal te ontwikkelen en te verfijnen)
- Terughoudendheid om vergelijkend effectiviteitsonderzoek uit te voeren (wiskunde leren is zeer geïndividualiseerd, elke leerling ontwikkelt zijn eigen wiskunde)
- Geen merkbare verschuiving naar meer evidence-based onderzoek

Generaliserend onderwijsonderzoek wordt ongeschikt geacht voor reken-wiskundeonderwijs (Gravemeijer, 2022).

Het verhaal van Hans en Benjamin



Het verhaal van Benjamin



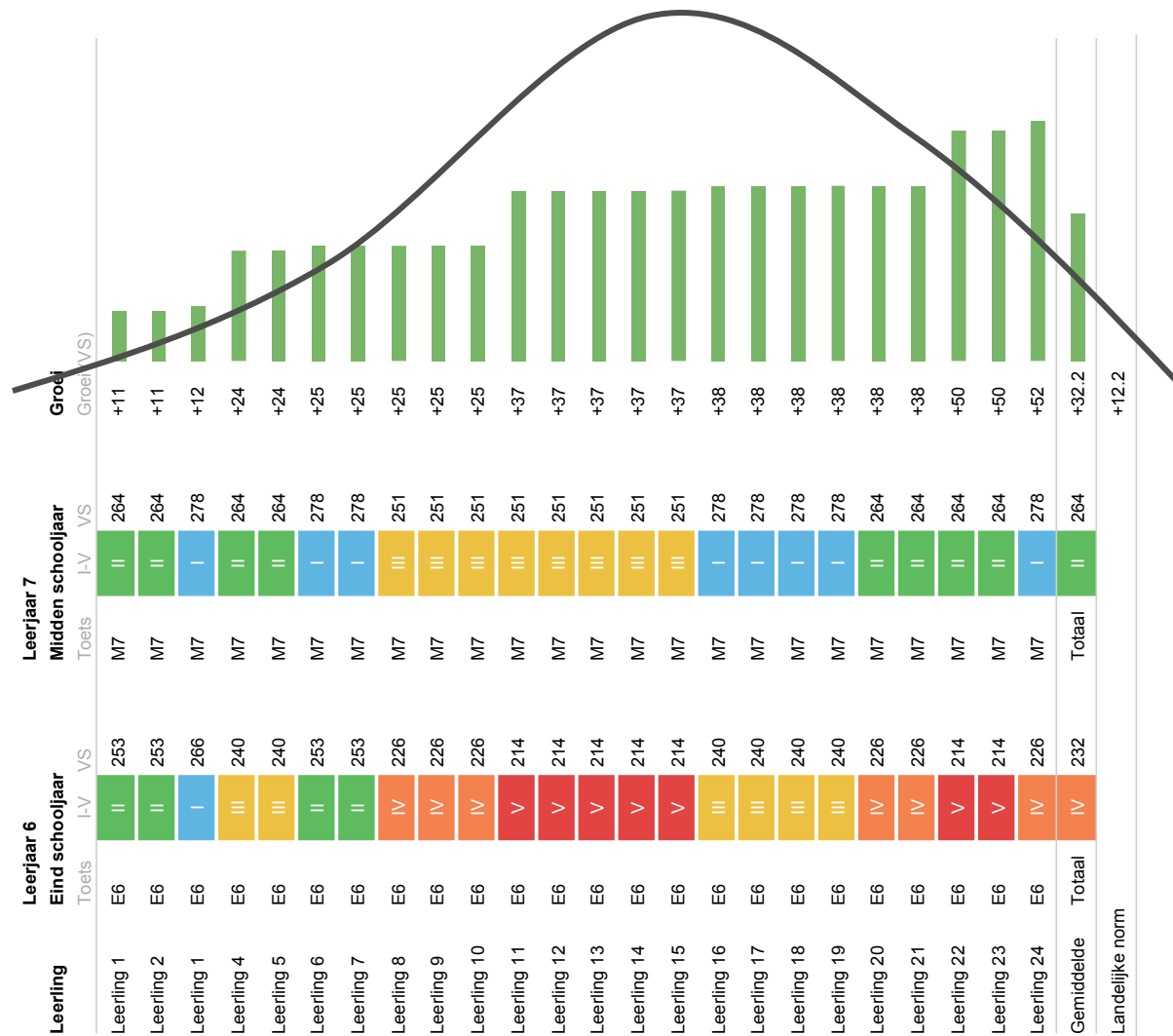
3.

Illustratie geschatte effect particuliere leerlingen Foutloos Rekenen (groep 7)

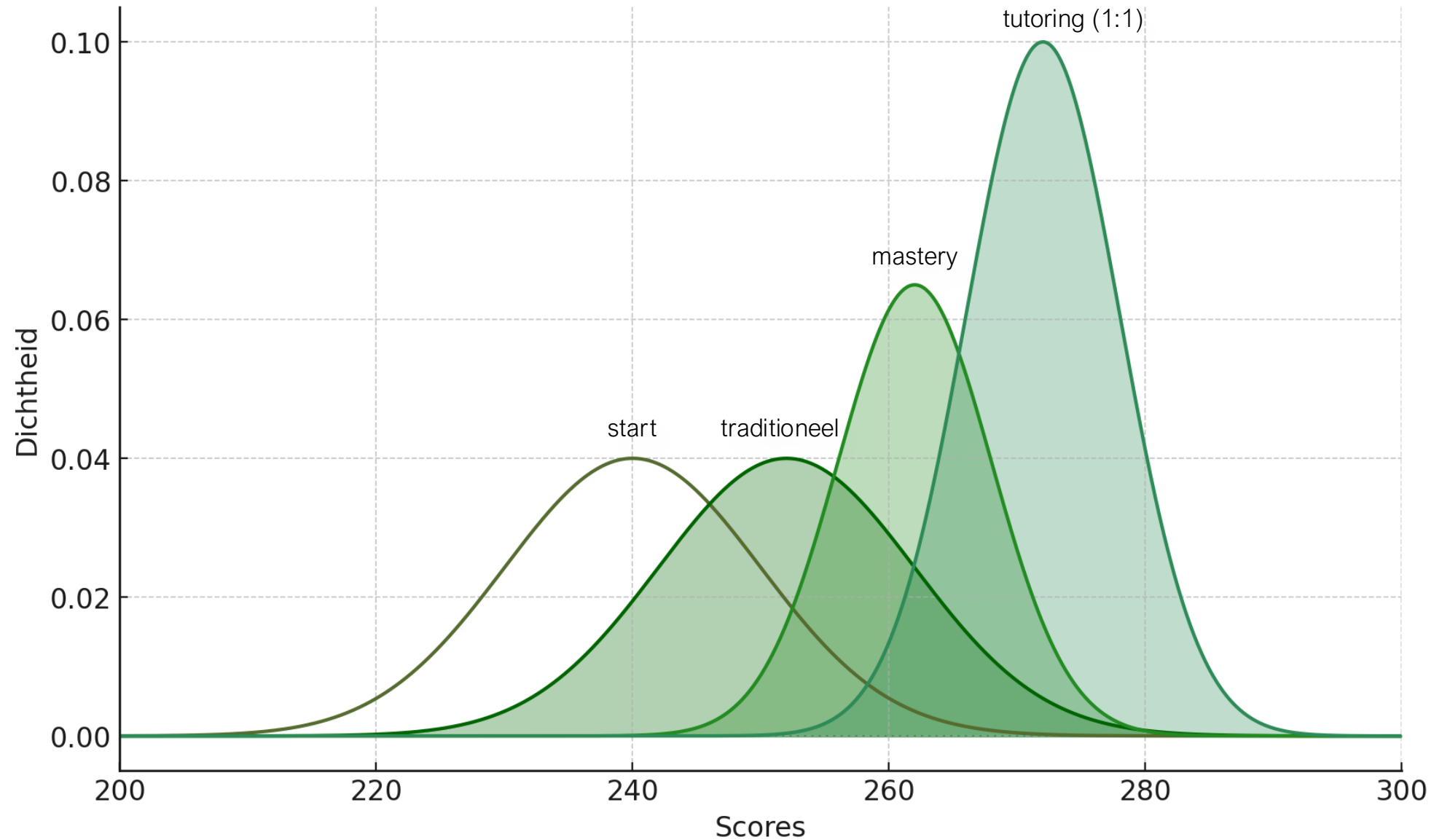
Leerling	Leerjaar 6 Eind schooljaar			Leerjaar 7 Midden schooljaar			Groei Groei (VS)
	Toets	I-V	VS	Toets	I-V	VS	
Leerling 1	E6	II	253	M7	II	264	+11
Leerling 2	E6	II	253	M7	II	264	+11
Leerling 1	E6	I	266	M7	I	278	+12
Leerling 4	E6	III	240	M7	II	264	+24
Leerling 5	E6	III	240	M7	II	264	+24
Leerling 6	E6	II	253	M7	I	278	+25
Leerling 7	E6	II	253	M7	I	278	+25
Leerling 8	E6	IV	226	M7	III	251	+25
Leerling 9	E6	IV	226	M7	III	251	+25
Leerling 10	E6	IV	226	M7	III	251	+25
Leerling 11	E6	V	214	M7	III	251	+37
Leerling 12	E6	V	214	M7	III	251	+37
Leerling 13	E6	V	214	M7	III	251	+37
Leerling 14	E6	V	214	M7	III	251	+37
Leerling 15	E6	V	214	M7	III	251	+37
Leerling 16	E6	III	240	M7	I	278	+38
Leerling 17	E6	III	240	M7	I	278	+38
Leerling 18	E6	III	240	M7	I	278	+38
Leerling 19	E6	III	240	M7	I	278	+38
Leerling 20	E6	IV	226	M7	II	264	+38
Leerling 21	E6	IV	226	M7	II	264	+38
Leerling 22	E6	V	214	M7	II	264	+50
Leerling 23	E6	V	214	M7	II	264	+50
Leerling 24	E6	IV	226	M7	I	278	+52
Gemiddelde	Totaal	IV	232	Totaal	II	264	+32.2
Landelijke norm							+12.2

3.

Illustratie geschatte effect particuliere leerlingen Foutloos Rekenen (groep 7)



Het verhaal van Benjamin



Mastery learning



Carroll, J. B. (1963). **A model of school learning**. Teachers College Record, 64(8), 1–9.

Bloom, B. S. (1968). **Learning for Mastery**. Instruction and Curriculum. Evaluation Comment, 1(2), n2.

Block, J. H. (1973). **Teachers, Teaching, and Mastery Learning**. Today's Education, 63(7), 30–36.

Warries, E. (1979). **Beheersingsleren een leerstrategie** (No. 11). Groningen: Wolters-Noordhof.

vanaf 2006: NCETM: National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics, ncetm.org.uk

Guskey, T. R. (2010). **Lessons of mastery learning**. Educational Leadership, 68(2), 52–57.

McCourt, M. (2019). **Teaching for mastery**. Melton Woodbridge John Catt.

Mastery learning, dat was toch passé? (Gravemeijer, 2020)

Gravemeijer (2020) stelt:

Mastery learning is duidelijk voorbij
(o.b.v. congresbezoek in de jaren 90)

Volledig individueel of niet alle leerlingen
zullen beheersing bereiken

Kan niet bij conceptuele doelen, maar
alleen bij operationaliseerbare doelen

Strikte hiërarchie, elke leerstap is voor-
waardelijk voor elke volgende leerstap

584

A. Simpson, Y. Wang

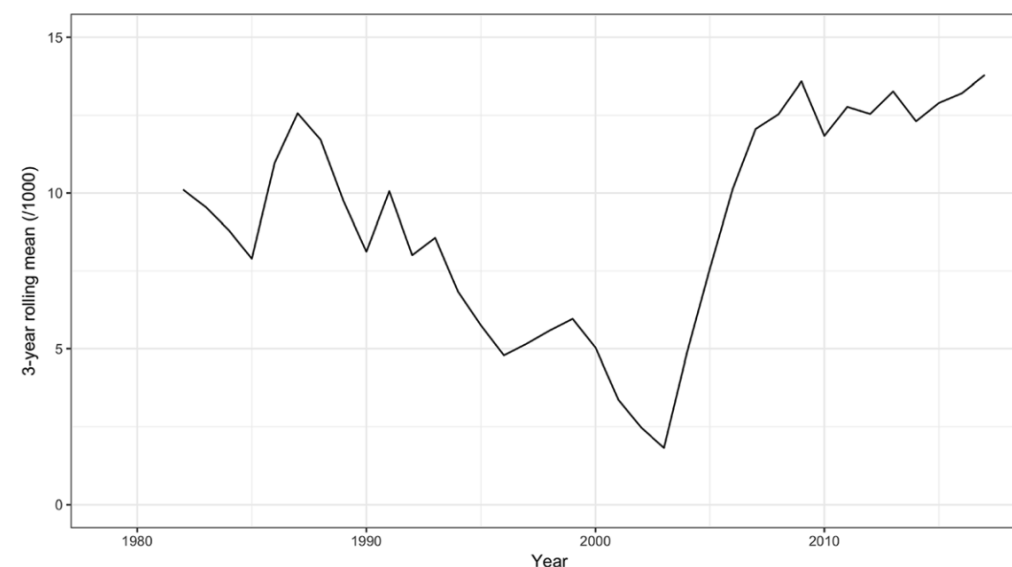


Fig. 1 Proportion of uses of mastery within mathematics education literature from the ERIC database

Gravemeijer, 2020: <https://didactiefonline.nl/blog/blonz/mastery-learning-dat-was-toch-passe>

Simpson, A., & Wang, Y. (2023). Making sense of 'mastery': Understandings of a policy term among a sample of teachers in England. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 21(2), 581-600.

Onderzoek Mastery Learning (EEF)

Mastery learning heeft consistent positieve effecten

die effecten zijn het grootst bij basisschoolleerlingen
en bij rekenen-wiskunde

Het lijkt belangrijk dat de lat voor het bereiken van
'beheersing' hoog wordt gelegd (gewoonlijk 80% tot 90%).

Mastery learning is minder effectief wanneer leerlingen
individueel in hun eigen tempo werken.
In groepen werken in de klas lijkt wel betere resultaten
op te leveren.



Education
Endowment
Foundation

Mastery learning



Volgorde lesinhoud kleine, meetbare eenheden en zorgvuldige volgorde



Klassikale instructie directe instructie, stap voor stap, aan hele klas



Continu checken formatief toetsen en feedback bij oefenen door leerlingen



Begeleiding en ondersteuning extra instructie voor beter en dieper begrip



Focus op beheersing pas verder gaan als leerlingen het beheersen



Verrijking bieden van verrijkings- of uitbreidingsactiviteiten

Realistisch rekenen

1. Mathematiseren vanuit betekenisvolle realiteit

2. Modelleren en formaliseren

3. Ruimte voor eigen inbreng van leerlingen

4. Interactie, reflectie en niveauverhoging

5. Verstrengeling van leerlijnen

6. Begeleid heruitvinden

Realistisch rekenen

1. Mathematiseren vanuit betekenisvolle realiteit
2. Modelleren en formaliseren
3. Ruimte voor eigen inbreng van leerlingen
4. Interactie, reflectie en niveauverhoging
5. Verstengeling van leerlijnen
6. Begeleid heruitvinden

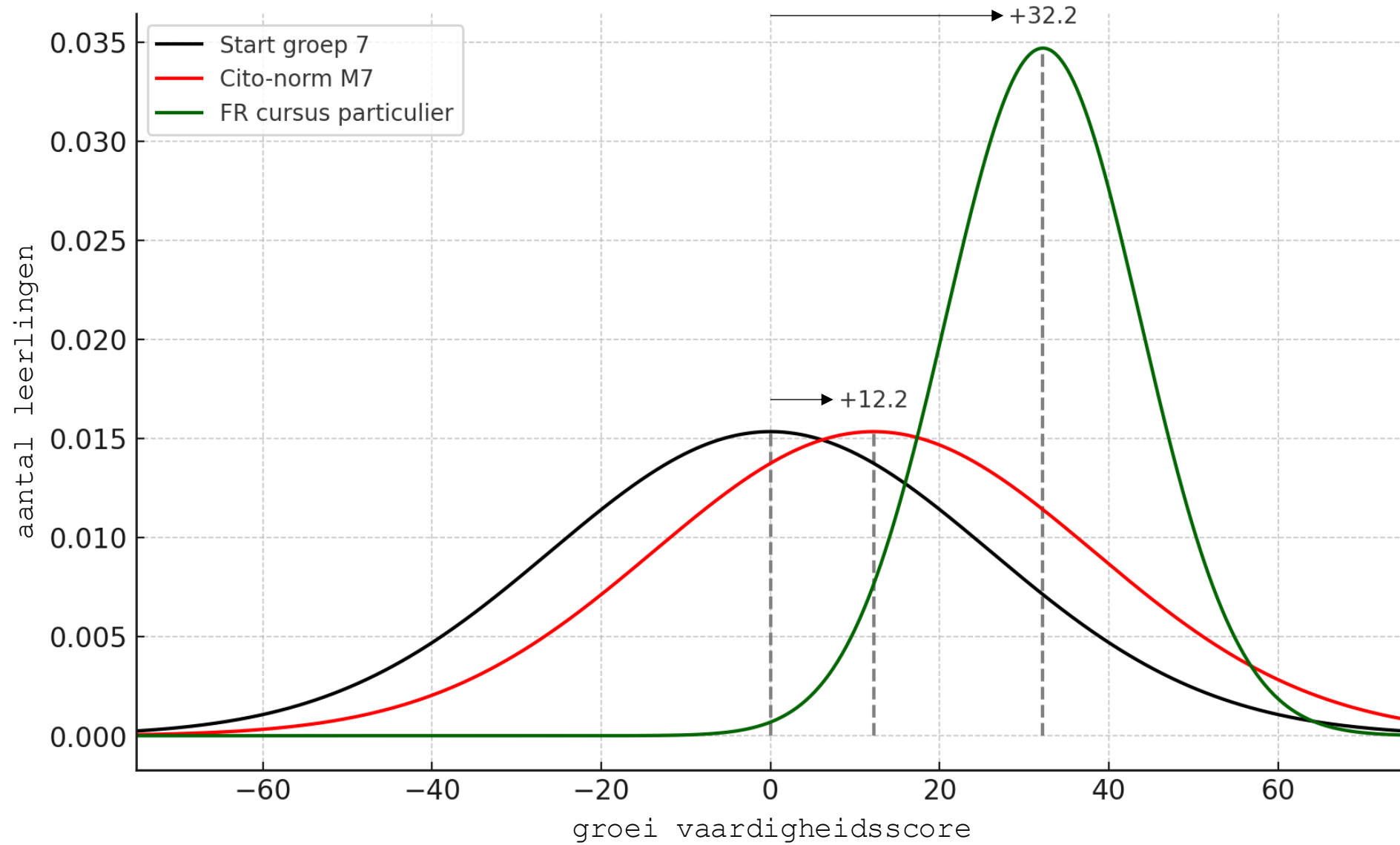
Treffers (1987), Gravemeijer (1994), De Lange (1998)
Van den Heuvel-Panhuizen (2001, 2010)

Mastery learning

1. Leerstof in kleine, meetbare eenheden en zorgvuldige volgorde
2. Klassikale instructie
3. Continu cecken bij oefenen
4. Begeleiding en ondersteuning
5. Focus op beheersing, pas verder gaan als stof voldoende beheerst wordt
6. Verrijkingsactiviteiten

Bloom (1968), Block (1971, 1973), Guskey (2010)

Geschatte effect grootte groep 7 leerlingen (FR-cursus particulier)



Voorbeeld essay onderwerpen

Integratie van Mastery Learning principe(s) binnen het rekenonderwijs op basisscholen: Analyseer hoe principe(s) van Mastery Learning kunnen worden geïntegreerd in het rekenonderwijs op basisscholen om de effectiviteit te verhogen.

Verschillen rekenonderwijs Nederland en Engeland: Analyseer de verschillen in rekenonderwijs in Nederland en Engeland.

Mastery Learning als remedie voor uitdagingen in het Nederlandse rekenonderwijs: Identificeer specifieke uitdagingen binnen het Nederlandse, realistisch rekenonderwijs en bespreek hoe Mastery Learning-principes kunnen helpen deze aan te pakken.

Vervang differentiatie in niveaugroepen: Analyseer hoe de (Nederlandse) nadruk op differentiatie in niveaugroepen vervangen zou kunnen worden door een nadruk op 'whole class teaching'.

Vergelijking tussen Mastery Learning en Realistisch Rekenen: Analyseer de overeenkomsten en verschillen in onderwijsmethoden tussen deze twee benaderingen.

Meer bereiken met minder doelen en strategieën: Analyseer hoe een basisschool om kan gaan met de grote hoeveelheid rekendoelen en de verschillende rekenstrategieën in rekenmethodes.

Oefenen en herhalen: Analyseer wat de rol van oefenen en herhalen is in het rekenonderwijs en hoe een school dit beter kan doen.

Zes rekenlessen uit Engeland

‘Carefully sequenced mathematics curriculum’

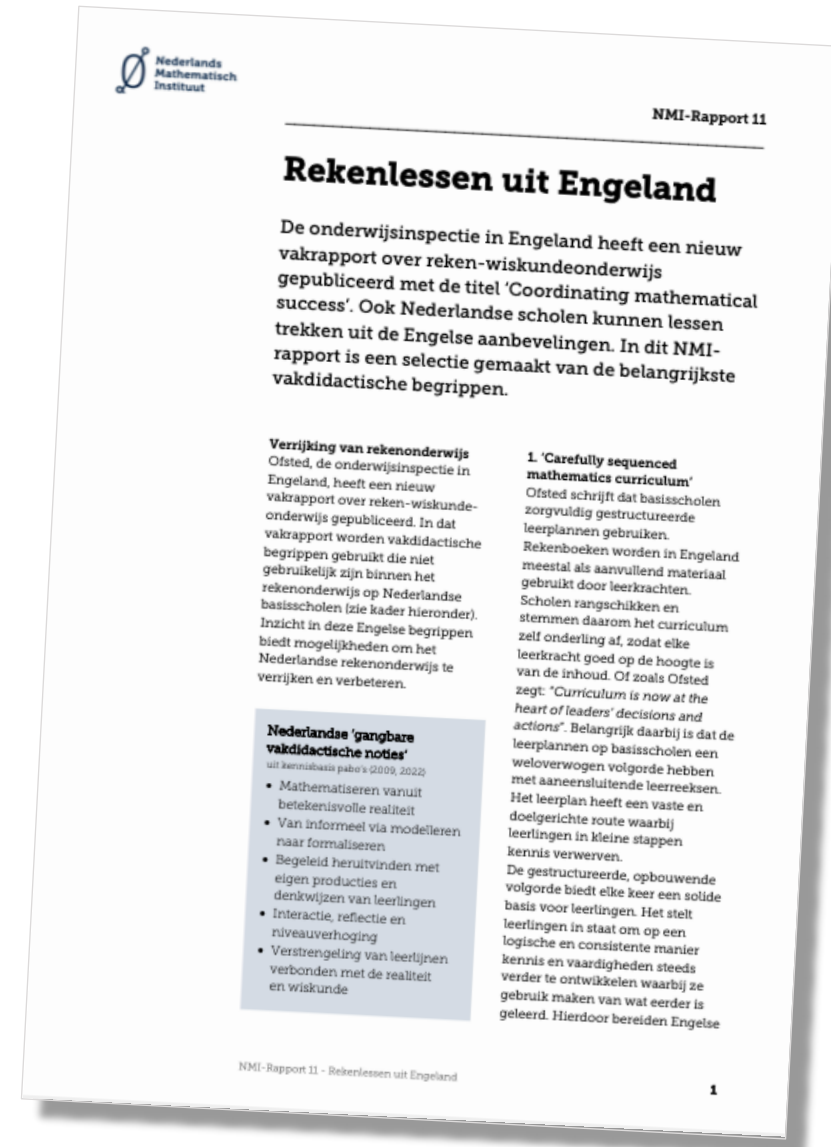
‘Secure knowledge’

‘Keep up, not catch up’

‘Cultural shift’

‘Overlearning’

‘Procedural fluency’



Disclaimer

De inhoud van deze Master Class maakt geen deel uit van de kennisbasis van Nederlandse pabo's.

De inhoud is met de grootst mogelijke zorgvuldigheid samengesteld en gebaseerd op wetenschappelijk onderzoek en ervaringen in het buitenland.

Het toepassen van de aangeboden stof kan echter weerstand of onbegrip oproepen binnen het Nederlandse onderwijs.

In this project, the Vrije Universiteit Amsterdam works together with the Netherlands Mathematical Institute