

# Rekenen in Nederland: Resultaten, onderwijs en onderzoek

**Colloquium afdeling Wiskunde**

16 oktober 2024

**Peter Langerak**

External PhD-candidate, Vrije Universiteit Amsterdam

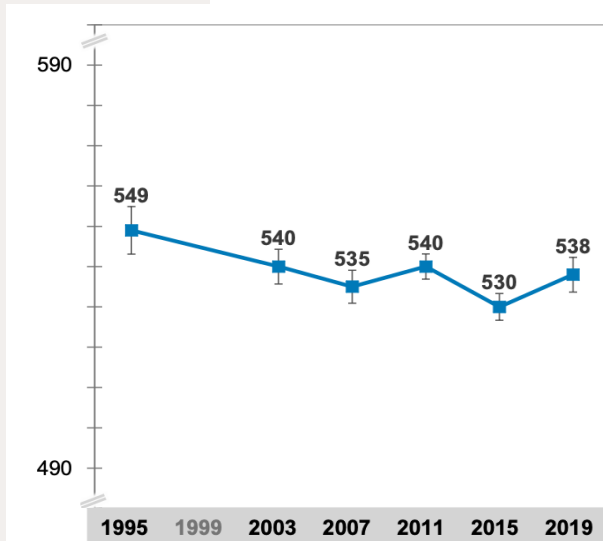
Hoofd R&D, Nederlands Mathematisch Instituut

# 1. Resultaten

# Resultaten op reken-wiskundetoetsen van Nederlandse leerlingen

## GROEP 6 LEERLINGEN

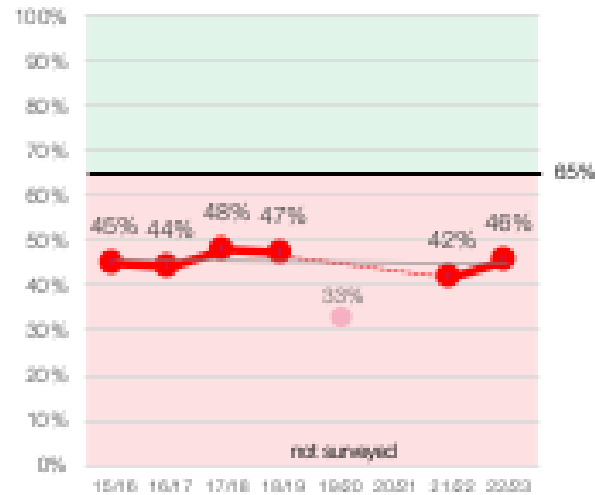
Hoge score in 1995 is niet meer behaald



TIMSS: Meelissen, 2020

## GROEP 8 LEERLINGEN

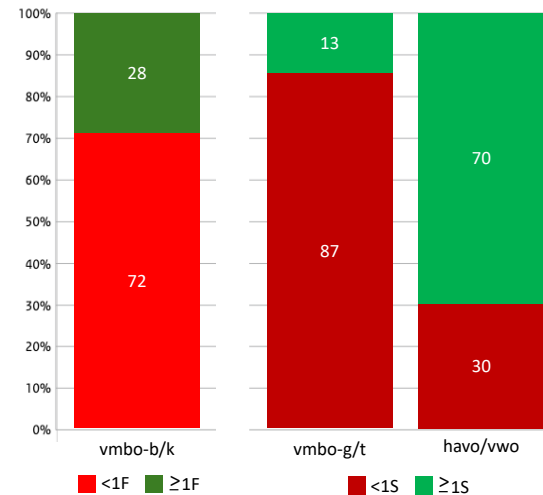
Nationale ambitie is nooit behaald



Percentage IIn 1S-streefniveau behaald; Onderwijsinspectie, PEIL-onderzoeken

## 2e KLAS LEERLINGEN

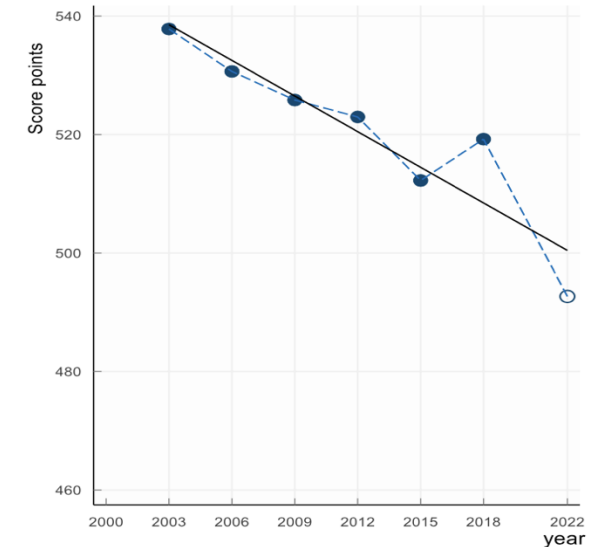
Vereiste niveau wordt onvoldoende beheerst



Onderwijsinspectie, PEIL-onderzoek, 2024

## 3e KLAS LEERLINGEN

Dalende trend is aanhoudend negatief



PISA: OECD, 2023

primair onderwijs

voortgezet onderwijs

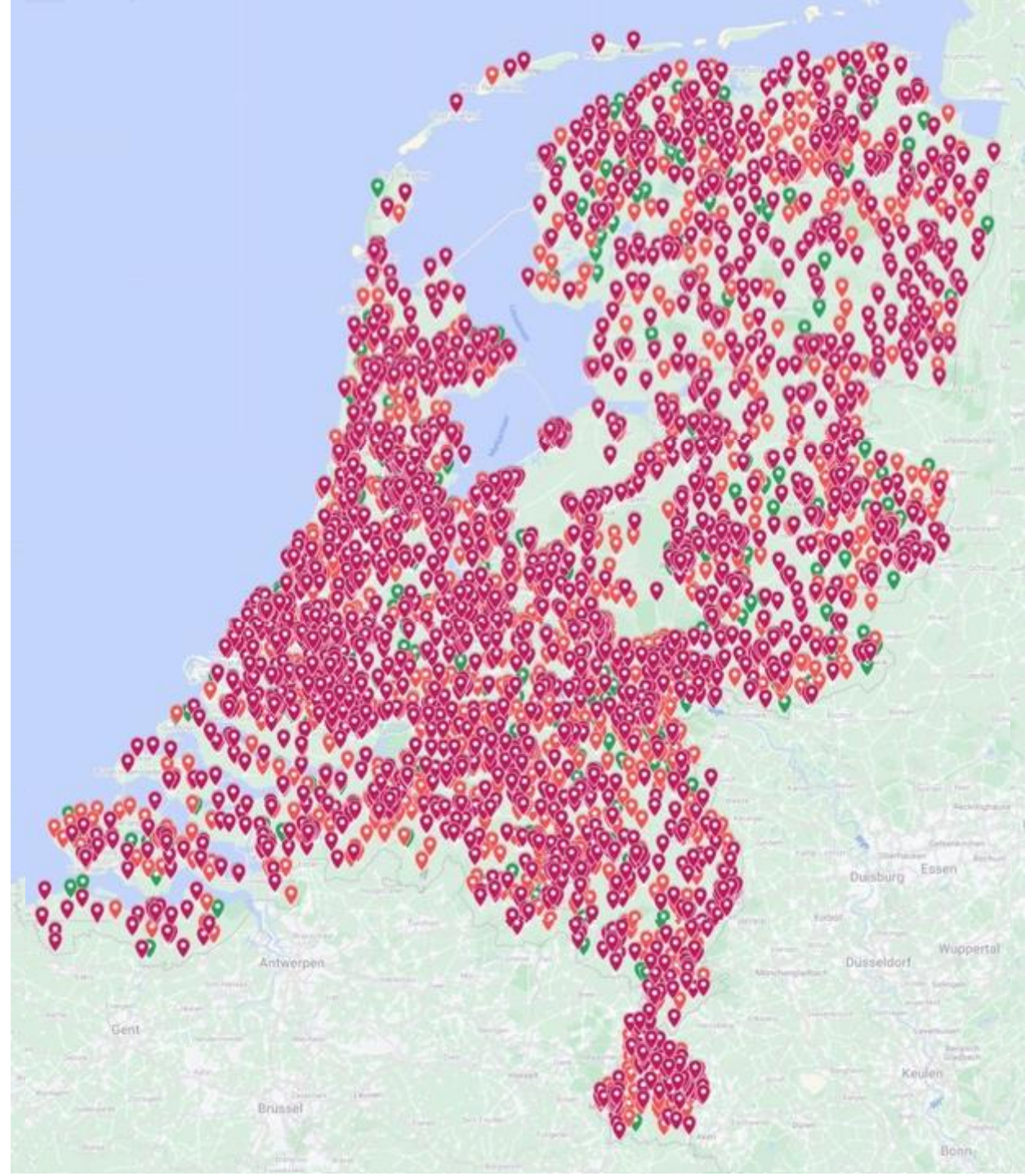
# Nationale ambitie rekenen-wiskunde

5.250

basisscholen (90%)  
realiseren rekendoel niet

614

basisscholen (10%)  
realiseren rekendoel



# Nationale ambitie rekenen-wiskunde

5.250

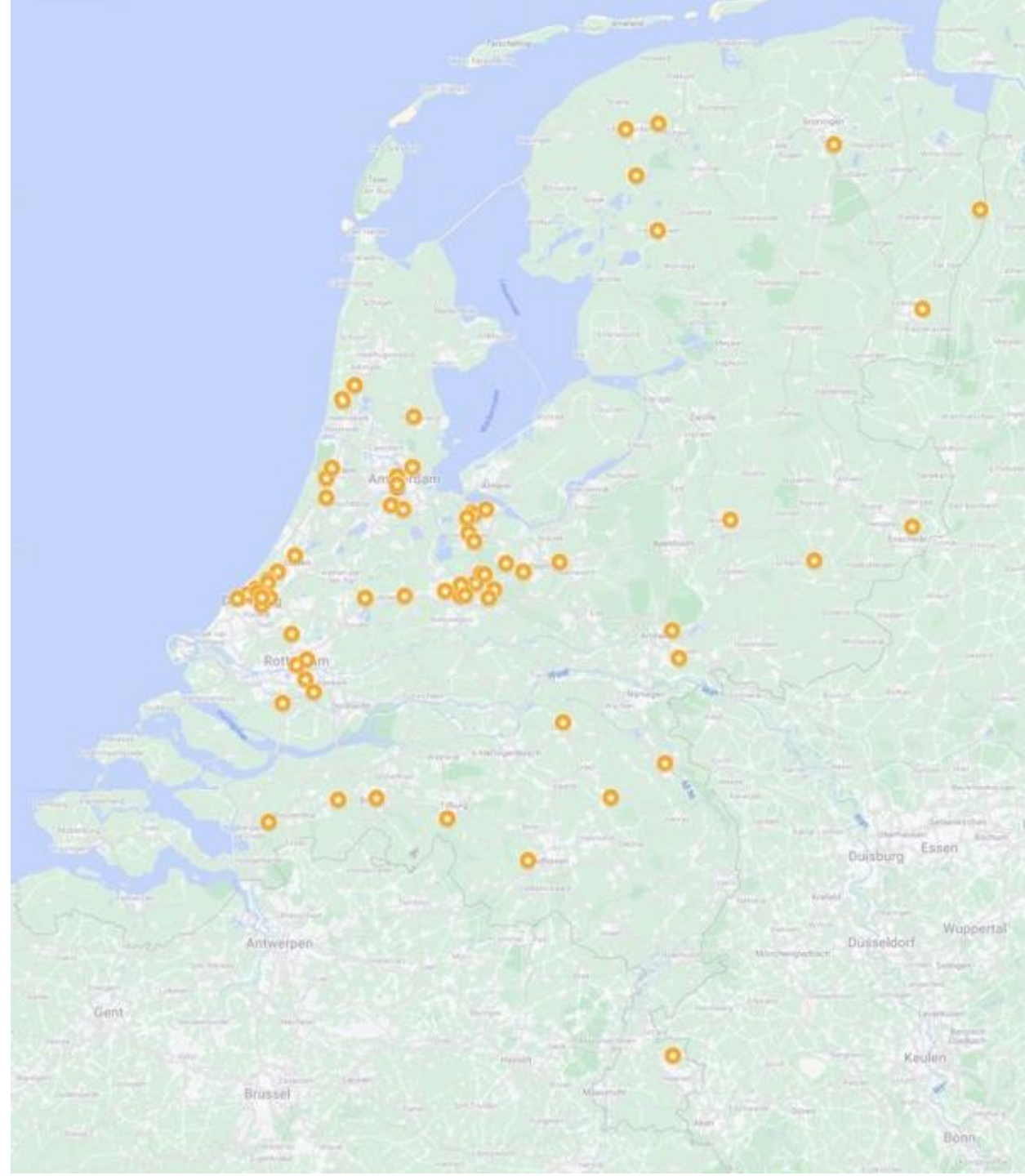
basisscholen (90%)  
realiseren rekendoel niet

614

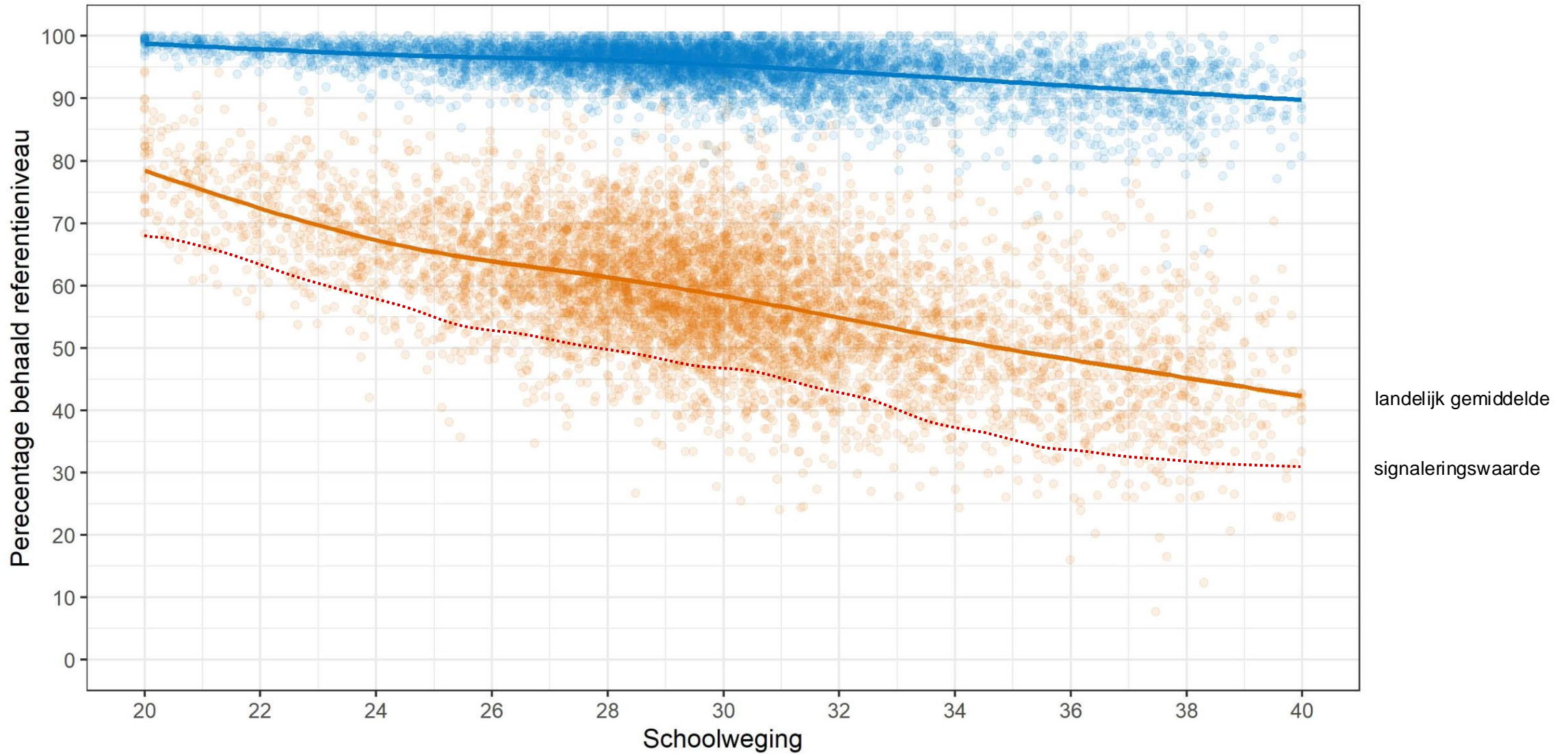
basisscholen (10%)  
realiseren rekendoel

74

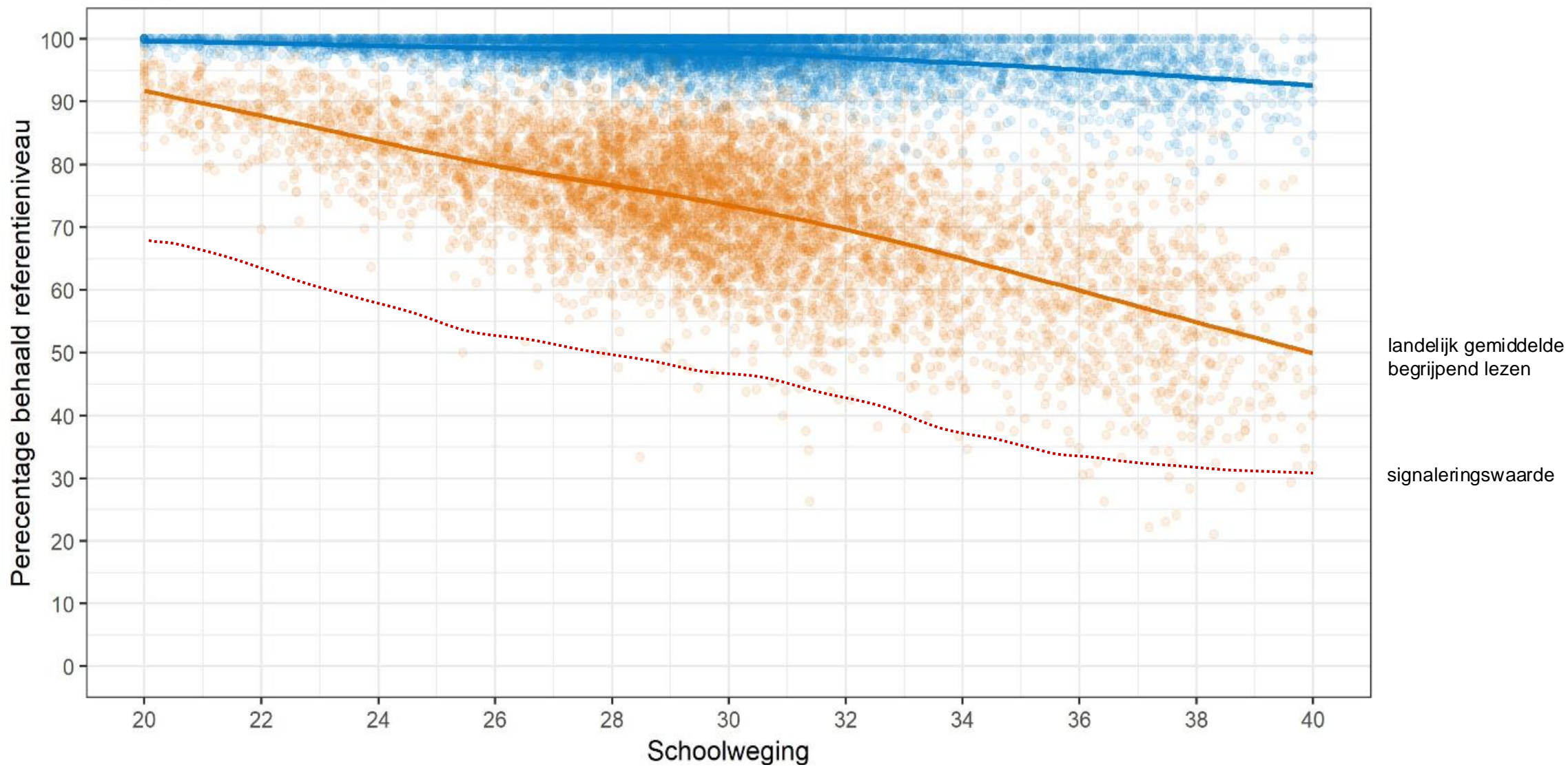
basisscholen (1,3%)  
realiseren rekendoel drie jaar achterelkaar



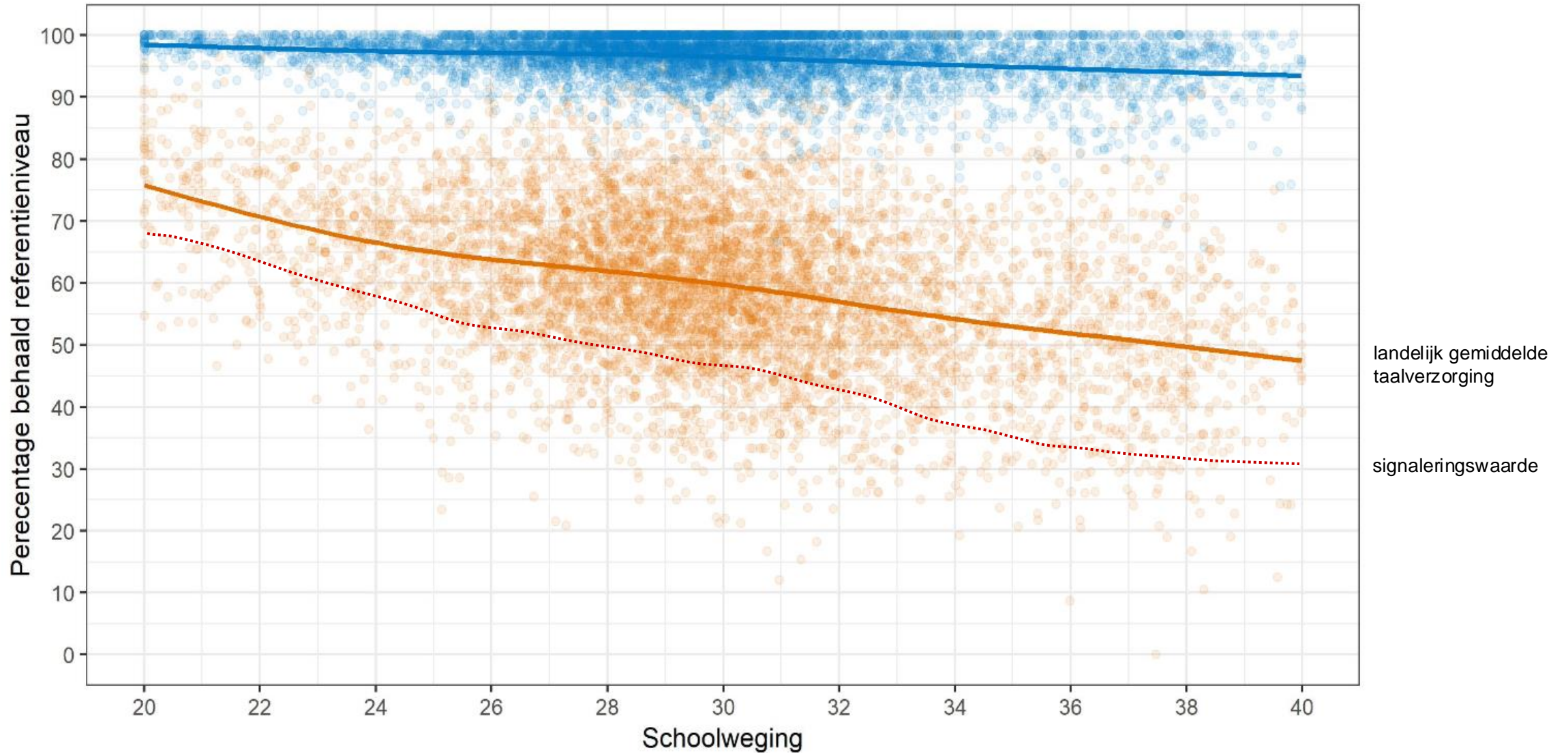
Percentage leerlingen behaalde referentieniveaus naar schoolweging,  
gemiddelde van: lezen + taal + rekenen  
20-21, 21-22, 22-23 (OWinspectie, 2024)



# Begrijpend lezen

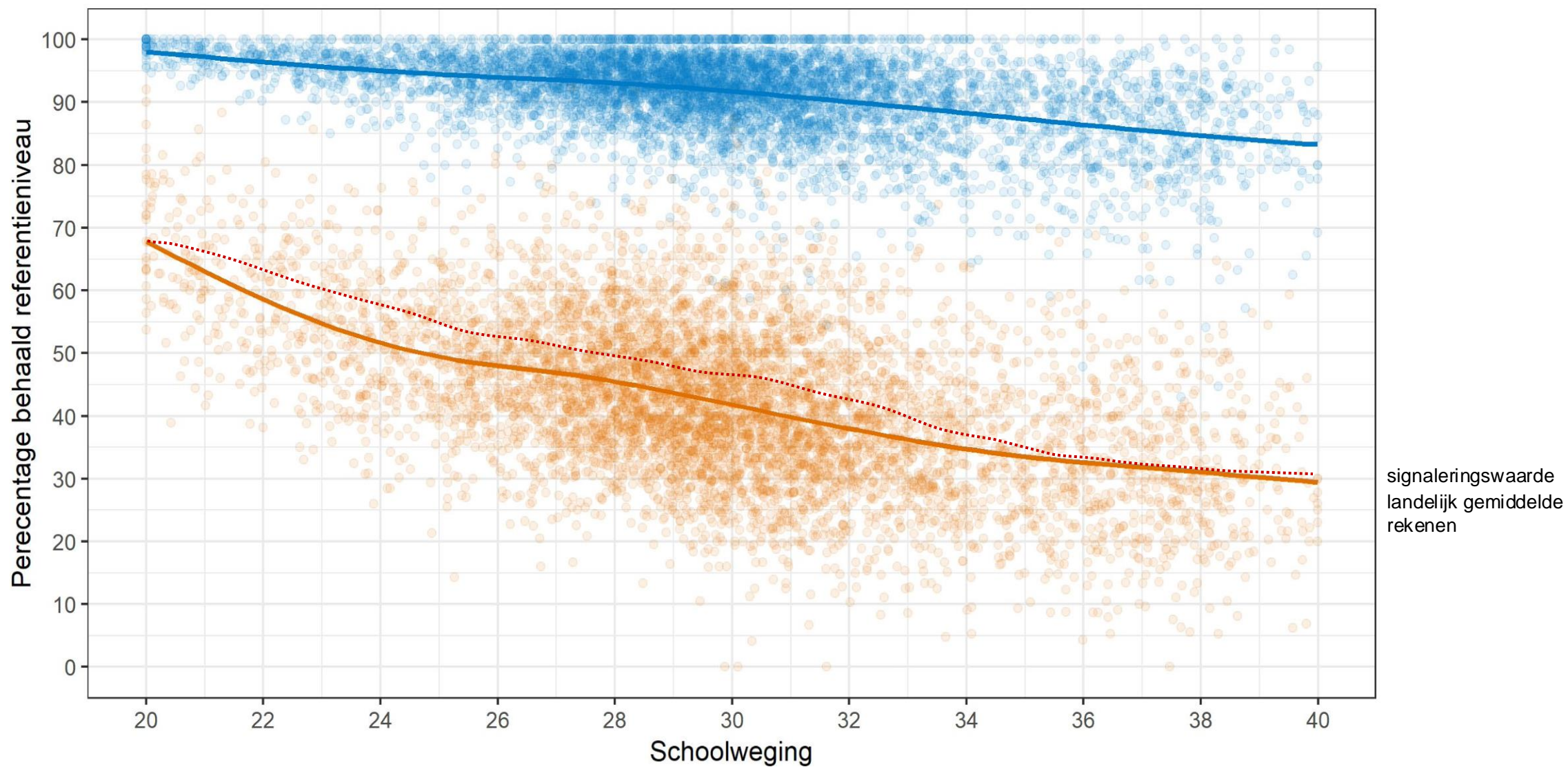


# Taalverzorging

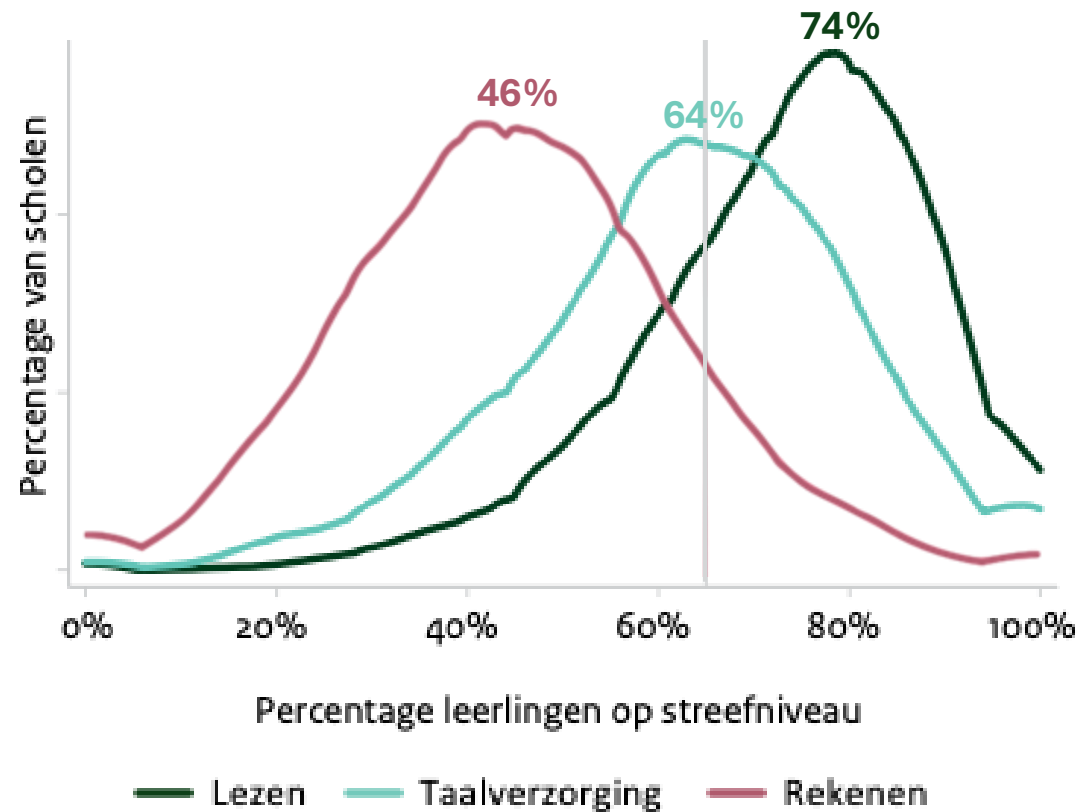




# Rekenen

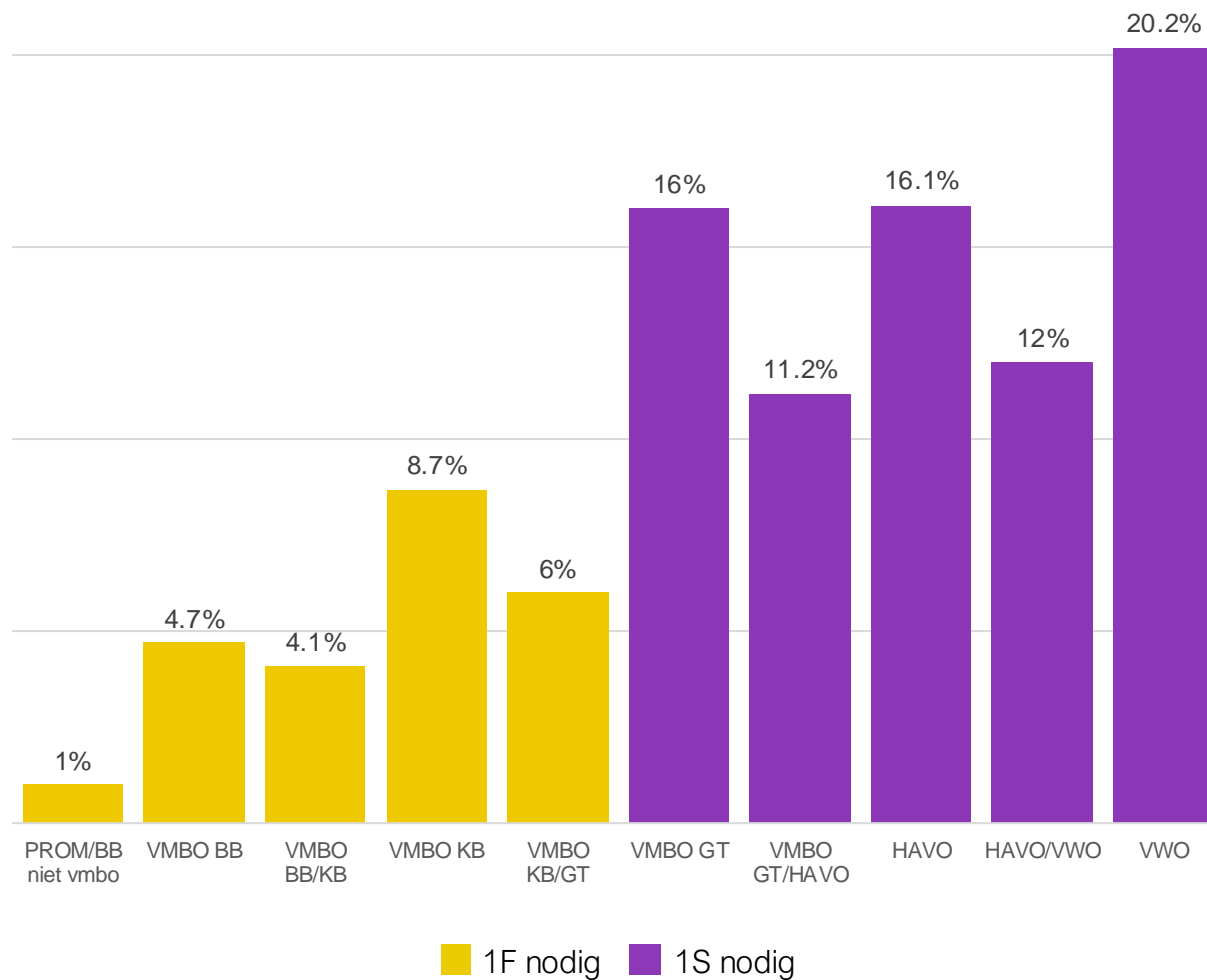


Verschillen tussen bo-scholen in het percentage leerlingen dat het streefniveau voor lezen, taalverzorging en rekenen behaalde in 2022-2023 (n=5.296)



Het aandeel scholen waarop meer dan 65% van de leerlingen 15 beheerste was slechts 12%. Een klein deel van deze scholen lukt het om minimaal 2 jaar aaneen meer dan 65% van hun leerlingen naar 1F te brengen.

# 75% van de leerlingen heeft 1S-niveau nodig voor het vo

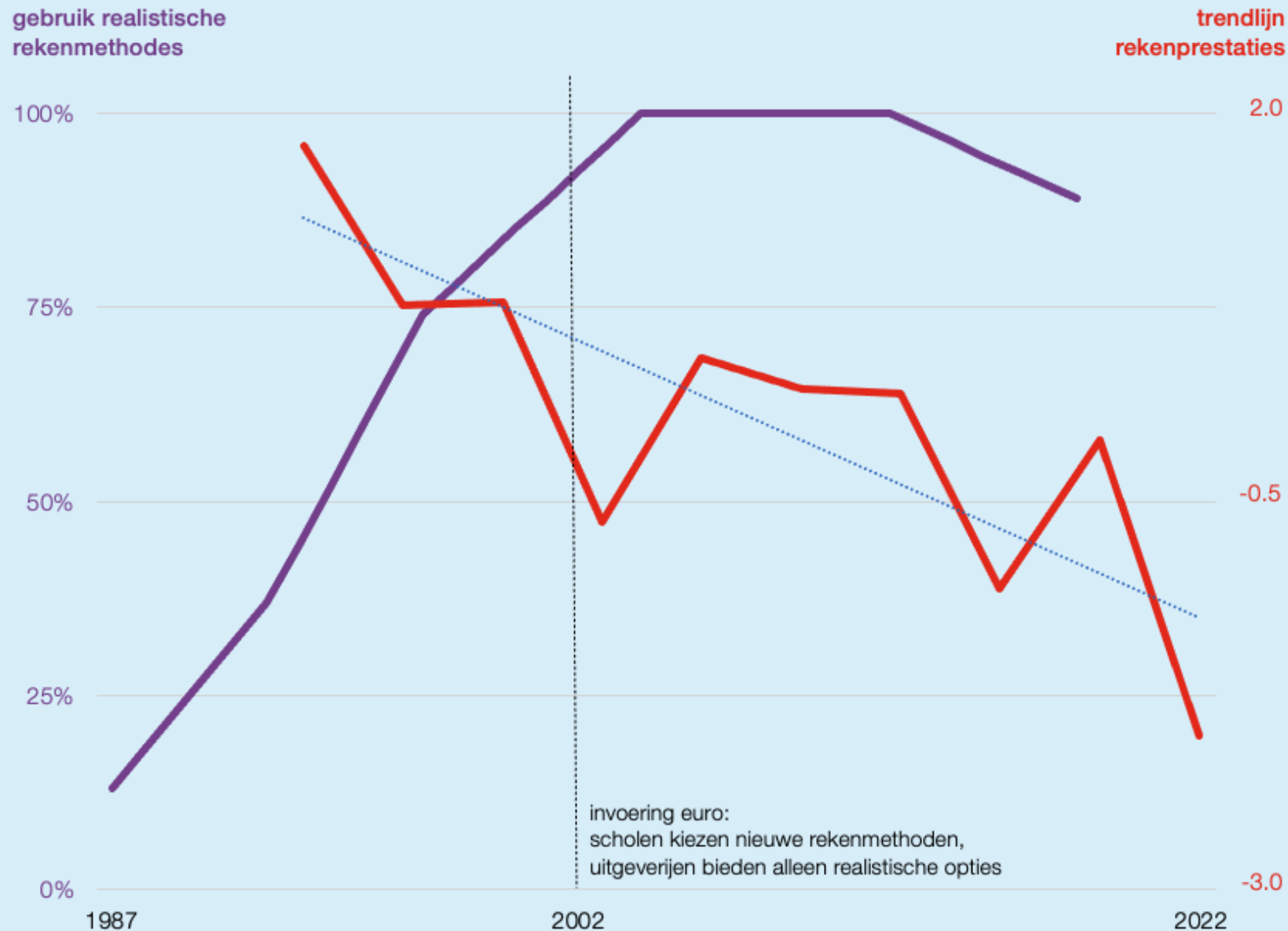


## 2. Onderwijs

# Twée trends

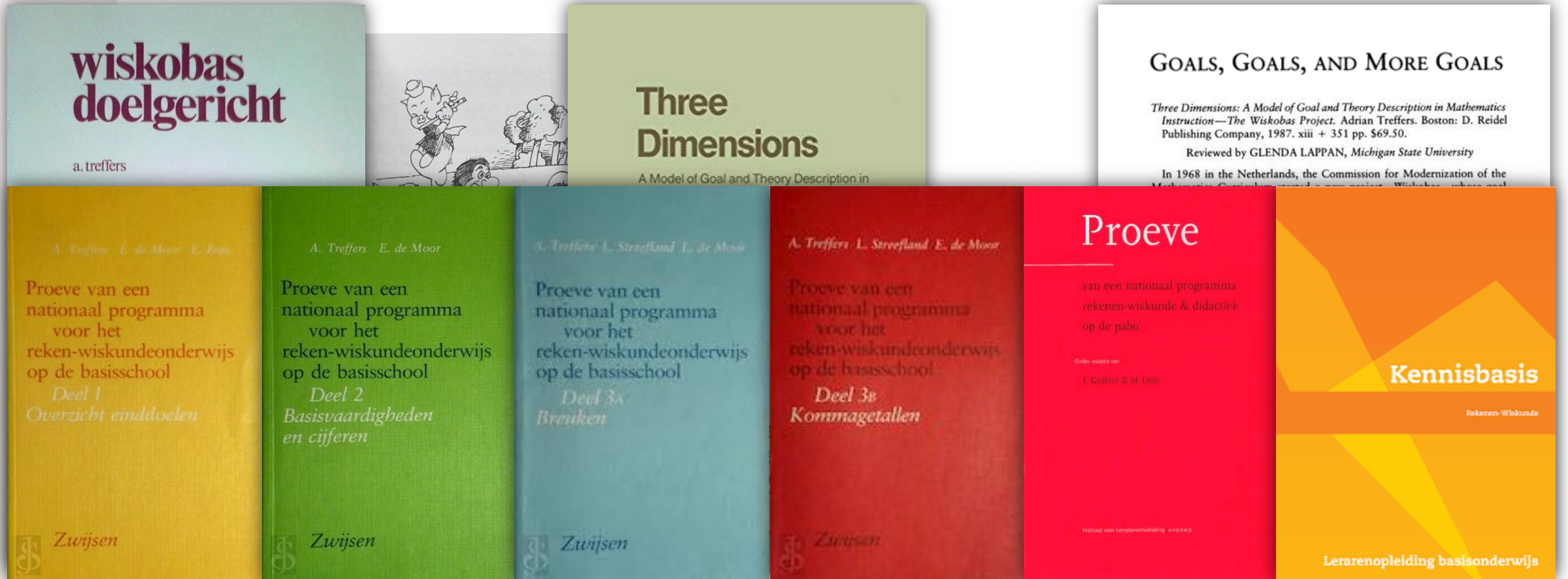
- Omarming realistische rekenen
- Daling rekenresultaten

*Belangrijk: oorzaak-gevolg niet aantoonbaar (geen causaliteit)*



Bron methodes: Jansen e.a. 1995, 2005, Peil.Rekenen-Wiskunde 18/19;  
Bron prestaties: z-scores combined TIMSS, 1995-2018 & PISA, 2003-2022

# Doelen, doelen en meer doelen



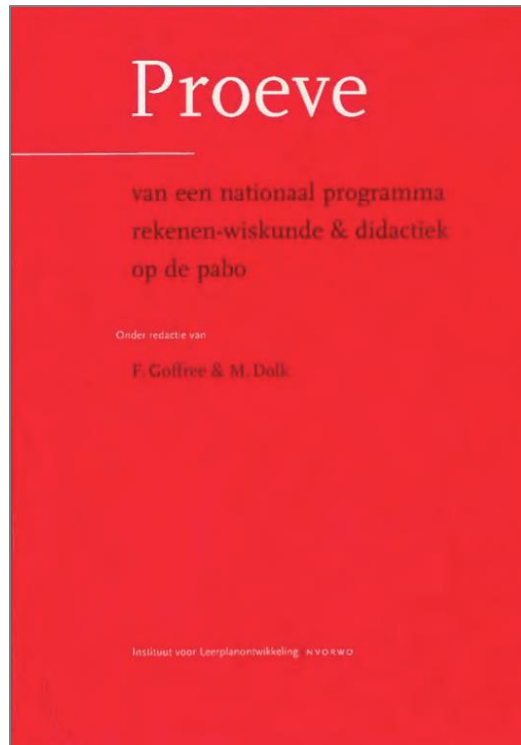
Treffers, A. (1978). *Wiskobas doelgericht: een methode van doelbeschrijving van het wiskundeonderwijs volgens wiskobas*. Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskunde Onderwijs.

Treffers, A., & Treffers, A. (1987). Three-dimensional goal description. *Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction—The Wiskobas Project*, 167-195.

Glenda Lappan, G. (1988). Goals, Goals, and More Goals. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 19, No. 2 (Mar., 1988), pp. 184-188

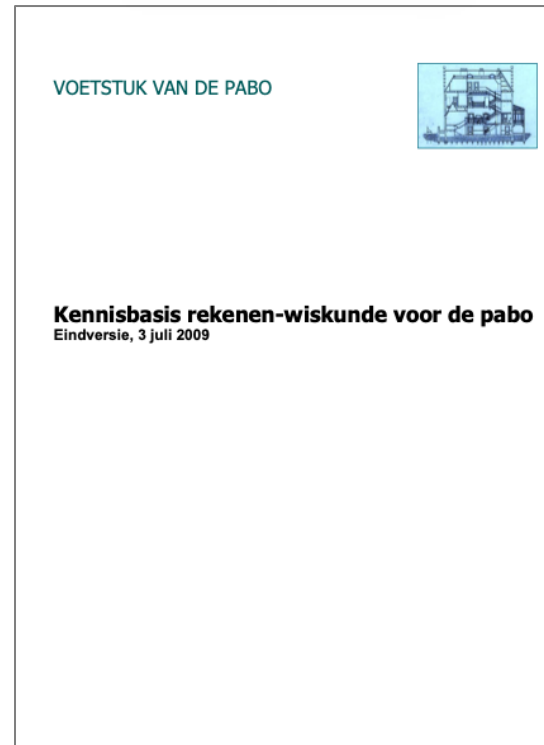
# Het bedoelde curriculum op de pabo

“Berust op de principes volgens het realistisch reken-wiskundeonderwijs”



Goffree & Dolk (1995)

“Vakdidactische noties van realistisch reken-wiskundeonderwijs”



Kennisbasis Pabo (2009)

“Gangbare vakdidactische noties”



Kennisbasis Pabo (2021)

# Harde kern realistisch reken-wiskundeonderwijs

## Zes uitgangspunten<sup>1</sup>

1. Mathematiseren vanuit betekenisvolle realiteit
2. Modelleren en formaliseren
3. Ruimte voor eigen inbreng van leerlingen
4. Interactie, reflectie en niveauverhoging
5. Verstrengeling van leerlijnen
6. Begeleid heruitvinden

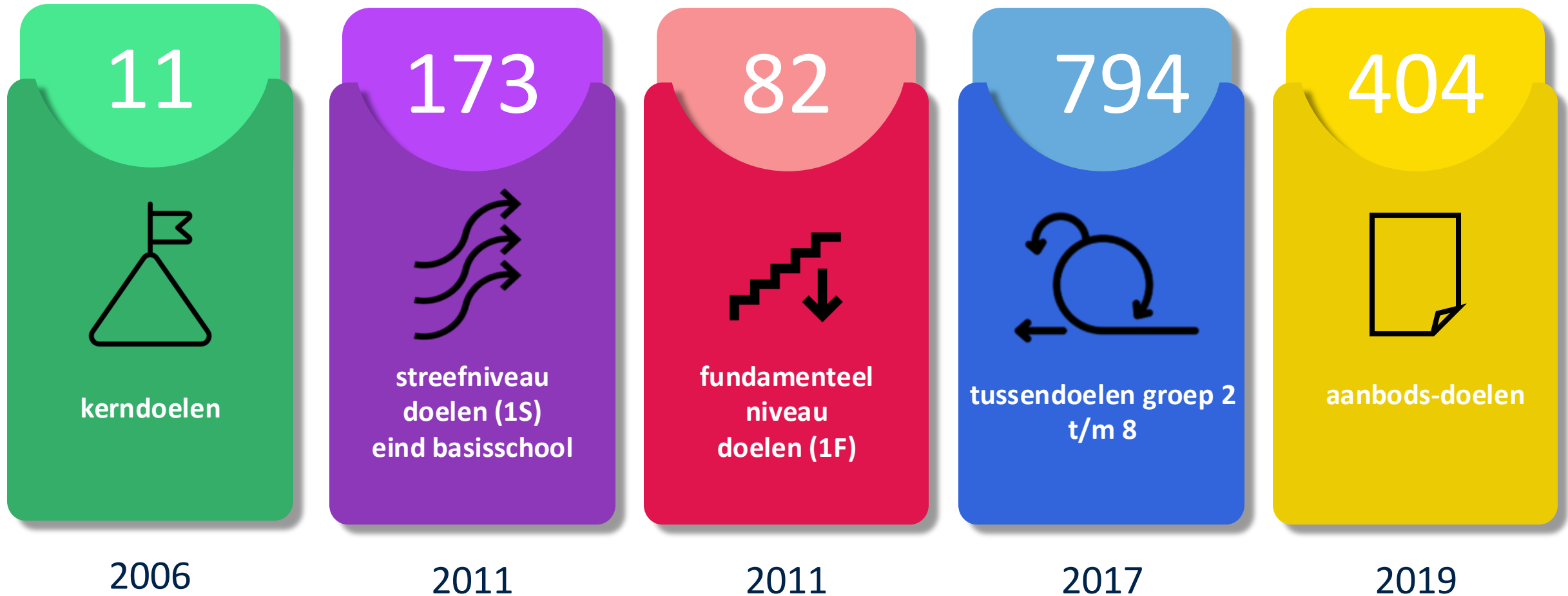


<sup>1</sup> Treffers, 1987; HBO-raad, 2009, Vereniging Hogescholen, 2021, Van den Heuvel-Panhuizen, 2001; Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2020

<sup>2</sup> La Bastide, 2006



# Rekendoelen voor Nederlands basisonderwijs (SLO)

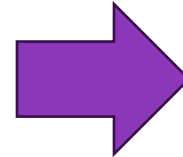


# concept

# nieuw

**Doelzin PO:**

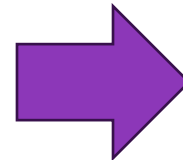
De leerling redeneert met en gebruikt eenvoudige breuken als getal, verhouding en deling.

**Doelzin po/ so**

De leerling redeneert en rekent met breuken als getal, verhouding en deling.

**Doelzin PO:**

De leerling maakt en gebruikt abstracte modellen van situaties en problemen.

**Doelzin po/ so**

De leerling maakt en gebruikt wiskundige modellen.

# Rekendoelen ZELFRIJZEND BAKMEEL

1.464  
voor basisscholen

**Ingrediënten:** getallen, verhoudingen, meten en meetkunde, verbanden, paraat hebben, functioneel gebruiken, weten waarom

## Voedingswaarde

kerndoelen.....	11
streefdoelen.....	173
fundamentele doelen.....	82
aanbodsdoelen.....	404
tussendoelen.....	794

 *typisch Nederlands polder product*

**1.469**  
rekendoelen!  
**BINNENKORT**

**Te gebruiken:** minimaal 65% van de leerlingen behaalt de streefdoelen

**Bereiden:** rekendoelen zijn verwerkt in de rekenmethodes en direct te gebruiken, alleen zelf opwarmen

**Zelf toevoegen:** naar eigen smaak toevoegen: cruciale doelen, essentiële doelen, sleuteldoelen, strategiedoelen, automatiseerdoelen, basisdoelen, werkbladdoelen, tafeldoelen, lesdoelen, blokdoelen, weekdoelen, midden-doelen, einddoelen, jaardoelen, leerlijndoelen, subdoelen, deeldoelen, bareka-doelen, cito/iep doelen, muurdoelen, sleepdoelen

**Allergie-informatie:** deze grote hoeveelheid rekendoelen is helaas niet geschikt voor leerkrachten die ook nog andere dingen aan hun hoofd hebben

# Curriculum structuur Groep 6 – Year 5

GAOEP 6	BLOK 1	BLOK 2	BLOK 3	BLOK 4	BLOK 5	BLOK 6	BLOK 7	BLOK 8	BLOK 9
<b>WISSELINGEN EN VERHOUDINGEN</b>	opdelen van 1000 met cijfers oplossen, verhouding en 10 cijfers meer of minder	oplossen in en samenbrengen van verhoudingen, breuken en procenten			400 g en 360.000			elk van honderden afbreken en afbreken op gebieden	
<b>OPTELLEN EN AFTELLEN</b>	afbreken van 1000 met cijfers oplossen, verhouding en 10 cijfers meer of minder	1000 + 1000 en 4000 - 1000 met verhouding	400 + 200 betekenisgevoelend oplossen	400 + 200 afbreken (onder aanbrengen) of afbreken groep	400 + 200 afbreken (onder aanbrengen) of afbreken groep	400 + 200 afbreken (onder aanbrengen) of afbreken groep	400 + 200 afbreken (onder aanbrengen) of afbreken groep	400 + 200 afbreken (onder aanbrengen) of afbreken groep	400 + 200 afbreken (onder aanbrengen) of afbreken groep
<b>VERHOUDINGEN, BREUKEN EN VERHOUDINGEN</b>	1 x 1000 en 1000 - 1 met verhouding	100 + 200 afbreken	100 + 200 afbreken	100 + 200 afbreken	100 + 200 afbreken	100 + 200 afbreken	100 + 200 afbreken	100 + 200 afbreken	100 + 200 afbreken
<b>METER</b>	wegen en afbreken met 100 g en 100 g	wegen met gewicht en afbreken met 100 g			1000 g en 100 g met verhouding	1 x 100 betekenisgevoelend oplossen	afbreken van verhouding met 100 g	afbreken van verhouding met 100 g	afbreken van verhouding met 100 g
<b>YLB</b>	analoge en digitaal op de meter met verhouding	afbreken met verhouding met 100 g en met 100 g			analoge en digitaal op de meter met verhouding				
<b>HEEFTOEGANG</b>	aanpakken en afbreken met 100 g en met 100 g	aanpakken (verhouding, afbreken, schaal)	afbreken met verhouding	afbreken met verhouding	afbreken met verhouding	afbreken met verhouding	afbreken met verhouding	afbreken met verhouding	afbreken met verhouding
<b>VERHOUDINGEN</b>									
<b>VERHOUDINGEN</b>									
<b>VERHOUDINGEN</b>									
<b>REKENPLAAT</b>									

	Autumn 1	Autumn 2	Spring 1	Spring 2	Summer 1	Summer 2				
Unit	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

	Unit	Unit name	
Autumn 1	1	Decimal fractions	5 weeks
	2	Money	2 weeks
Autumn 2	3	Negative numbers	2 weeks
	4	Short multiplication and short division	6 weeks
Spring 1	5	Area and scaling	3 weeks
Spring 2	6	Calculating with decimal fractions	3 weeks
	7	Factors, multiples and primes	4 weeks
Summer 1	8	Fractions	7 weeks
Summer 2	9	Converting units	2 weeks
	10	Angles	3 weeks

Jan van de Craats

**Waarom Daan en Sanne  
niet kunnen rekenen**

**Zwartboek rekenonderwijs**

Homepage van de auteur:  
<https://staff.fnwi.uva.nl/j.vandegraats/>

Van de Craats, J. (2008). Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen: Zwartboek rekenonderwijs

**“ Ik dacht het is een andere didactiek  
voor dezelfde stof,  
maar die stof is niet hetzelfde.**

**Met die andere didactiek is  
de inhoud weggedefinieerd”**

Prof. dr. Joost Hulshof  
Hoogleraar wiskunde, VU

Tijpcast. (maart 2024). Hoe krijgen we jongeren (weer) geïnteresseerd in wiskunde?.  
Tijp de Jong in gesprek met Joost Hulshof.

## 1. Mathematiseren vanuit betekenisvolle realiteit

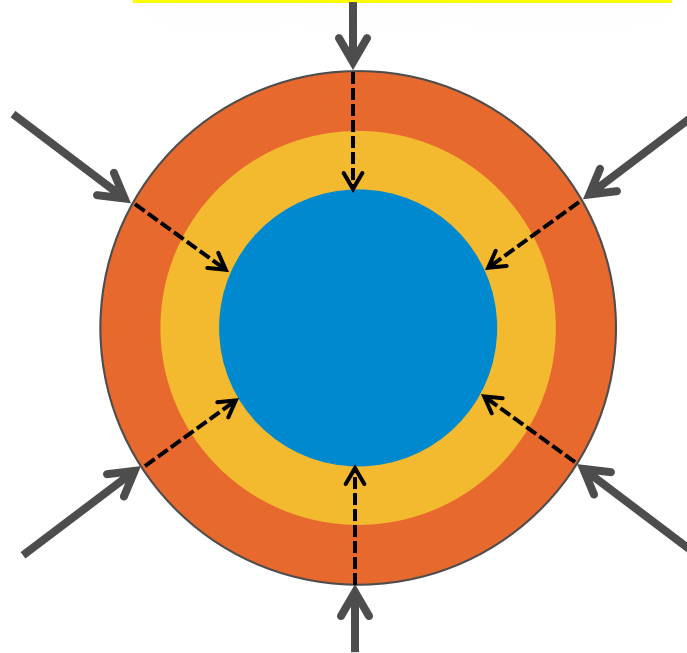
- *werkgeheugen beperkt*
- *basiskennis ontbreekt*
- *geen zinvolle rekenactiviteit*
- *verbinding kunstmatig*
- *te weinig structuur*
- *te veel context*
- *te talig (leesvaardigheid)*

## 6. Begeleid heruitvinden door leraar

- *onvoldoende professionaliteit leraren*
- *geen behoefte aan bijscholing*
- *leraren hebben verkeerde opvattingen*
- *leraren zijn te taakgericht*
- *leraren schieten tekort in conceptuele begrippen*
- *leraren integreren wiskundig denken onvoldoende*

## 2. Modelleren en formaliseren

- *reïficatie hindernis mentaal handelen*
- *tijdelijke modellen automatiseren*
- *formele wiskunde onderbelicht*



## 5. Verstrengeling van leerlijnen

- *weinig consolidatie*
- *zicht op ontwikkeling ontbreekt*
- *collage van probleemsituaties*
- *hiërarchie vakinhoud ontbreekt*
- *onvoldoende curriculum alignment*

## 3. Ruimte voor eigen inbreng van leerlingen

- *onjuiste procedures*
- *omslachtige procedures*
- *geen algemeen geldigheid*
- *geen fundament in wiskunde*
- *te veel vrijheid*
- *situationeel afhankelijk*
- *automatiseren van misvattingen*

## 4. Interactie, reflectie en niveauverhoging

- *te langzaam naar formeel*
- *rol leraar te terughoudend*
- *gebrek aan expliciete procedures*
- *leidt tot verwarring*
- *ongeschikt jonge en zwakke rekenaars*
- *ontwikkelt strategiezwakke*
- *te talig (mondeling taalvaardigheid)*

# 3. Onderzoek

# KNAW-rapport vaak onjuist geciteerd . . .



. . . er geen verschil is aangetoond tussen rekendidactieken, het maakt niet uit vanuit welke visie of didactische uitgangspunten dit wordt gedaan\*

\* Lit & Keijzer, 2010; Smeets et al., 2011; Keijzer & van Gool, 2014; Hoom, 2014; Schmeier, 2017; Keijzer et al., 2017a, 2017b; Rijborz, 2018; Keijzer, 2019; Kennisrotonde, 2019; Keijzer & Veldhuis, 2019; Smid, 2020; Van Zanten, 2020; Van den Heuvel-Panhuizen & Van Zanten, 2020; Keijzer & Oonk, 2020; Vereniging Hogescholen, 2021; Polman et al., 2021; De Lange, 2022; Ros et al., 2022; Drijvers, 2023.



# KNAW-rapport wijst uit dat . . .

## CONCLUSIE 4.1

De commissie constateert dat het bereik van het vergelijkend wetenschappelijk onderzoek op het gebied van de effectiviteit van het rekenonderwijs smal is, zowel nationaal als internationaal. De meeste interventiestudies zijn beperkt qua rekendomein, qua steekproefgrootte, qua duur van de interventie of qua breedte van de gemeten uitkomstvariabelen. De meestal ruimere curriculumstudies gaan mank aan een gebrek aan controle over de feitelijke implementatie van de onderzochte didactieken en over allerlei versturende variabelen. De ontwikkelexperimenten zijn gericht op de ontwikkeling van leergangen en niet op vergelijkend onderzoek.

## CONCLUSIE 4.2

Het door de commissie bestudeerde materiaal leidt niet tot een eenduidig beeld en rechtvaardigt geen algemene wetenschappelijk gefundeerde uitspraken over de relatie tussen rekendidactiek en rekenvaardigheid. Het biedt, in het bijzonder, geen overtuigende empirische ondersteuning voor de claims van enige partij in de discussie over traditioneel versus realistisch rekenen.



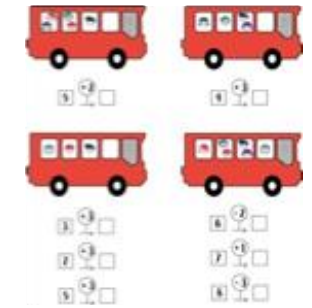
# Ontwikkelonderzoek (design research)

Ontwikkelen van onderwijs gebaseerd op de uitgangspunten<sup>1</sup>

Van gedachtenexperimenten naar lesexperimenten, als iteratief cyclisch proces<sup>2</sup>

Uitgangpunten worden niet empirisch getoetst of vergeleken met alternatieve benaderingen<sup>3</sup>

Reken-wiskunde onderwijs past niet in het gangbare model van onderwijsonderzoek<sup>4</sup>



<sup>1</sup> Treffers, 1987, 1993; Gravemeijer, 1998

<sup>2</sup> Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1999; Gravemeijer & Cobb, 2006

<sup>3</sup> Warries, 1976; Verschaffel, 1991; Onderwijsraad, 2006; KNAW, 2009

<sup>4</sup> Gravemeijer, 2022

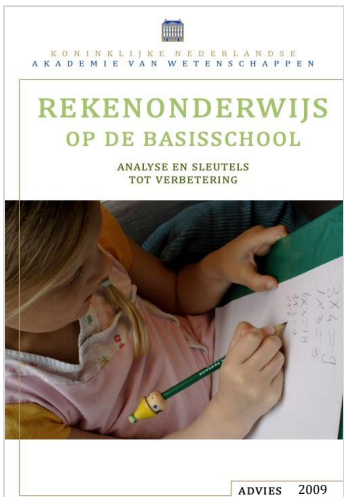
# Toetsen en vergelijkend onderzoek ontbreekt



Onderwijsraad (2006):

- nadruk ligt op **ontwikkelingsonderzoek** in tegenstelling tot effectonderzoek
- dit vloeit voort uit de opvatting over wiskunde-leren, die ervan uitgaat dat dit leren een **sterk persoonsgebonden karakter** heeft; elke leerling ontwikkelt als het ware zijn eigen wiskunde
- vanuit die opvatting is men **huiverig voor vergelijkend effectonderzoek**

Onderwijsraad. (2006). Naar meer evidence based onderwijs. Den Haag: Onderwijsraad.

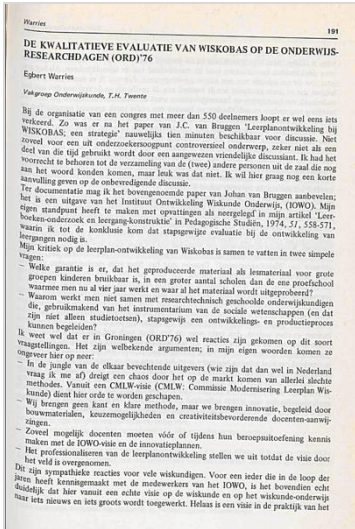


KNAW (2009):

- op het gebied van de effectiviteit van het rekenonderwijs is het **vergelijkend wetenschappelijk onderzoek smal**
- de ontwikkelingsexperimenten zijn gericht op de ontwikkeling van leergangen en **niet op vergelijkend onderzoek**
- Ministerie van OCW dient **maatregelen** te nemen om wetenschappelijk onderzoek op het gebied van het rekenonderwijs **in omvang en variatie te doen toenemen**

KNAW. (2009). Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering. Amsterdam: Koninklijke Academie voor Wetenschappen.

# Kritiek niet nieuw



Warries (1976):

- Wiskobas-project is vernieuwing waar **elke leerling in Nederland** mee te maken krijgt zonder enige keuzemogelijkheid
- in onderwijs is **meer nodig dan een visie**
- er is geen excuus voor het ontbreken van **kwantificerende evaluatie** van zo'n gigantisch experiment
- **zonder empirische evaluatie** is algemeen bruikbaarheid van Wiskobas-onderwijsmateriaal **niet te accepteren**

## Alleen ontwikkelonderzoek is te smal, meer variatie gewenst en noodzakelijk

# Educational research trial - Foutloos Rekenen

fase 0

fase I

fase II

fase III

fase IV

analyse

proefresultaten

effectiviteit

scholen

integratie



Identificeren belemmeringen en ontwikkelen alternatief



Beoordeling waarde voorlopige resultaten



Analyse effectiviteit, werking en aanpassing



Multidimensionale analyse naar werking op scholen



Onderzoek gebruik in scholen en lange termijn effecten

Belemmeringen in het rekenonderwijs. Waarom Daan en Sanne nog steeds niet kunnen rekenen

Veel visie weinig evidentie. Monocultuur in het rekenonderwijs op de pabo's

Alleen ontwikkelonderzoek is niet genoeg voor verbetering rekenonderwijs

Mastery learning als lonkend perspectief voor beter rekenonderwijs

Inhoud, opbouw en werkwijze van Foutloos Rekenen

Solide basis met reken-procedures die altijd werken

Mastery Learning: didactiek van Foutloos Rekenen

Rekenlessen uit Engeland, didactische principes

Mastery learning reken-wiskundeonderwijs:  
Effectiviteit, 573 leerlingen  
Sociaal-emotioneel, 84 leerlingen  
Doorwerking school, 50 leerlingen

Shedding some light on shadow education: a case study for improving math education  
3.109 leerlingen, 145 scholen

Foutloos Rekenen op de lerarenopleiding  
~80 studenten

Mastery learning: voldoende beheersing blijven oefenen of fouten verbeteren  
1.047 leerlingen

Sociaal-emotionele effecten tijdens en na Foutloos Rekenen  
N=195, N=75 leerlingen

Effect study Foutloos Rekenen en schoolresultaten (cito-scores)  
128 leerlingen

Conceptual change onder leraren primair onderwijs  
10 leraren

Effect study Foutloos Rekenen bij basisscholen  
94 klassen, 2.200 leerlingen

Overspill effects bij interventie Foutloos Rekenen  
186 klassen, >4.000 leerlingen

Quasi-experimentele studie in school (mavo, havo, vwo)  
25 klassen, 431 leerlingen

Inzicht in ervaringen bij eersteklas leerlingen (mavo, havo, vwo)  
5 focus groepen

De grote gelijkmaker. Foutloos Rekenen in het vmbo  
8 klassen, 190 leerlingen

primair

voortgezet

Basisvaardigheden  
Voortgezet Onderwijs

# Basisvaardigheden taal en rekenen essentieel

Taal en rekenen zijn cruciale basisvaardigheden (Kwaliteitsagenda primair onderwijs, 2007)

Basisvaardigheden essentieel voor economische groei, innovatie en welzijn door verhoogde productiviteit en sterker menselijk kapitaal (Hanushek & Woessmann, 2008)

Niveau van taal en rekenen moet hoger (Expertgroep Taal en Rekenen, 2008; Nationaal Programma Onderwijs, 2021)

Vooraf rekenen blijft achter, al een aantal jaar rapporteren we dat het niveau daalt; concrete doelen zijn weinig ambitieus en vaak afgeleid van de minimumeisen; een hernieuwde focus van het rekenonderwijs op niveau 1S is daarom nodig (Inspectie van het Onderwijs, 2020-2024)

Basisvaardigheden taal en rekenen hebben grote invloed op lange-termijn economische uitkomsten van individuen, maar rekenen heeft een grotere en bredere invloed dan taalvaardigheden (Hanushek et al, 2021)

Economische positie verklaart een klein deel (10%) van de basisvaardigheden van leerlingen, basisvaardigheden van ouders spelen een veel grotere rol (69%) (Jacobs & Van der Velden, 2023)



External PhD-candidate  
Educational Sciences



+ - x :  
FOUTLOOS  
REKENEN



Peter Langerak  
p.l.langerak@vu.nl